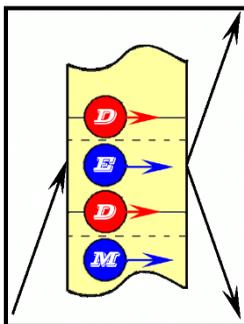


Федеральное государственное бюджетное учреждение  
«Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова  
Национального исследовательского центра  
«Курчатовский институт»

В. В. Федоров, В. В. Воронин

**ДИНАМИЧЕСКАЯ ДИФРАКЦИЯ  
И ОПТИКА НЕЙТРОНОВ  
В СОВЕРШЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ.  
НОВЫЕ ЭФФЕКТЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ  
В ФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ**



Гатчина  
2022

УДК 530.145; 539.1  
ББК 22.3г; 22.38

**Федоров Валерий Васильевич** – доктор физико-математических наук, профессор,  
**Воронин Владимир Владимирович** – доктор физико-математических наук

*Печатается по решению Ученого совета  
НИЦ «Курчатовский институт» – ПИЯФ  
(протокол заседания от 27.01.2022 № 1)*

*Р е ц е н з е н т И. А. Митропольский, доктор физико-математических наук*

**Федоров В. В., Воронин В. В.** Динамическая дифракция и оптика нейтронов в совершенных кристаллах. Новые эффекты и их применение в физических исследованиях. – Гатчина Ленинградской обл.: Изд-во НИЦ «Курчатовский институт» – ПИЯФ, 2022. – 222 с.

Данное издание посвящено детальному изучению особенностей динамической дифракции и оптики нейтронов в совершенных кристаллах, в частности нецентросимметричных. Обсуждаются новые эффекты при углах дифракции, близких к  $\pi/2$ . Книга написана на основе оригинальных работ авторов, а также лекций, прочитанных ими в разное время студентам СПбПУ, СПбГУ и аспирантам НИЦ «Курчатовский институт» – ПИЯФ. В доступной форме описаны классические эффекты динамической дифракции (маятниковый эффект, эффект Бормана), а также ряд новых явлений, таких как возникновение и воздействие сильных внутрикристаллических электрических полей на нейтрон в кристаллах без центра симметрии, эффекты вращения спина и деполяризация нейтронов при дифракции в таких кристаллах, а также эффекты существенного усиления слабых воздействий на дифрагирующий нейтрон при углах Брэгга, близких к прямому, связанные с замедлением нейтрона в кристалле и уменьшением его «эффективной массы». Большое внимание уделяется физической картине явлений. Для достаточно толстых кристаллов получено аналитическое решение задачи о двухкристальном спектрометре в схеме Лауэ.

Обсуждаются новые возможности применения указанных эффектов для поиска электрического дипольного момента нейтрона и  $CP$ -нарушающих сил, уточнения ограничений на электрический заряд нейтрона, а также проверки слабого принципа эквивалентности для нейтрона. Кроме этого, уделено внимание возможности практического применения рассматриваемых эффектов, в частности для прецизионного измерения величин межплоскостных расстояний совершенных кристаллов и, соответственно, для контроля совершенства кристаллов.

Книга может быть полезна научным работникам, студентам университетов и аспирантам, специализирующимся в области физики ядра и элементарных частиц, а также физики конденсированного состояния вещества.

© НИЦ «Курчатовский институт» – ПИЯФ, 2022

## ВВЕДЕНИЕ

Нейтрон является одной из «основных» элементарных частиц, поэтому исследование его фундаментальных свойств, а также ядерных реакций с его участием предоставляет уникальную возможность для проверки современных теорий, включая Стандартную модель (СМ). Хорошо известна также роль нейтрона в физике деления и изучении структуры ядра.

С другой стороны, благодаря своим замечательным свойствам (электронейтральность, наличие магнитного момента и др.) нейтроны являются уникальным инструментом исследования структуры, динамики и свойств вещества, что определило их широкое использование в самых различных областях науки: физике, химии, биологии, геофизике, материаловедении, медицине и т. д. Как свидетельствует мировой опыт, непрерывно растет использование нейтронного излучения в прикладных целях, поскольку сегодня самые передовые направления в развитии техники и технологий получения новых материалов (в том числе и нанотехнологий) рождаются из достижений вышеперечисленных областей науки.

Нейтрон, как и любая другая частица, обладает волновыми свойствами, причем длины волн тепловых и холодных нейтронов (пучки которых получают на современных источниках на основе ядерных реакторов или ускорителей заряженных частиц) имеют порядок межатомных расстояний в веществе, что открывает широкие возможности использования дифракционных методов для исследования структуры вещества, а с другой стороны, при известной структуре кристаллов, для исследования свойств самого нейтрона. В дальнейшем мы остановимся на новых возможностях исследования фундаментальных свойств нейтрона и его взаимодействий, которые открываются при использовании новых явлений в дифракции нейтронов и нейтронной оптике в совершенных кристаллах.

### **Возможности применения нейтронов в физике ядра и элементарных частиц**

В современной физике элементарных частиц тесно переплелись и космология, и свойства Вселенной на ранней стадии образования, и собственно структура элементарных частиц и их взаимодействий, ядерная физика и физика фазовых превращений.

Для получения новых данных в этой области имеются два пути. Первый – это увеличение энергий ускоряемых, а затем сталкивающихся частиц и ядер в физике высоких энергий для поиска новых частиц (например, хиггсовских бозонов, суперсимметричных партнеров обычных частиц или новых форм вещества типа кварк-глюонной плазмы). Этот путь требует создания дорогостоящих ускорителей и, соответственно, совместных усилий и участия многих стран. На этом пути Россия успешно участвует в большинстве крупных международных проектов практически на всех существующих и строящихся в мире ускорителях.

Второй путь – это увеличение точности измерений в физике средних энергий, в частности в нейтронной физике. Для этой цели необходимы высокоинтенсивные источники нейтронов, поскольку для увеличения точности необходимо увеличение статистики, кроме того, необходимы также новые идеи, методики и нестандартное оборудование. Следует заметить, что, хотя реактор и является достаточно дорогостоящим прибором, тем не менее его цена ни в какое сравнение не идет с ценой современного суперколлайдера.

Нейтрон участвует во всех видах известных взаимодействий. Поэтому эксперименты по изучению фундаментальных свойств нейтрона, такие как поиск и измерение электрического дипольного момента (ЭДМ) нейтрона, поиск нейтрон-антинейтронных осцилляций, уточнение времени жизни нейтрона, работы по изучению фундаментальных симметрий в процессах с участием нейтрона (от  $\beta$ -распада и нейтронной оптики до ядерных реакций и деления), имеют первостепенную важность для современной физики. Они позволяют понять, как «устроены» частицы и их взаимодействия, и в то же время проникнуть в тайны образования и строения Вселенной.

Одной из самых захватывающих загадок современности является барионная асимметрия Вселенной – отсутствие во Вселенной антивещества в сопоставимых с веществом количествах. Из экспериментов по поиску аннигиляционных  $\gamma$ -квантов следует, что в нашем скоплении галактик доля антивещества составляет  $< 10^{-4}$ . То есть наша Вселенная состоит из вещества, которое осталось после аннигиляции в результате небольшого избытка числа частиц по сравнению с античастицами на ранних стадиях формирования Вселенной. В результате аннигиляции образовалось реликтовое излучение, число квантов которого сохраняет информацию о количестве частиц и античастиц до аннигиляции. Из данных по реликтовому излучению, по оценкам космологической плотности вещества, получаемой из скорости расширения Вселенной, а также из оценок масс видимого вещества галактик, относительная величина этого избытка  $\sim 10^{-9}$ . Она и есть (по порядку величины) относительный избыток барионов над антибарионами на ранней стадии формирования Вселенной до момента  $t \sim 10^{-6}$  с, в который ее температура понизилась до величины  $T_c \sim 1$  ГэВ, так что в результате столкновений перестали образовываться новые барионы и антибарионы. А. Д. Сахаров в 1967 г. впервые заметил [1], что для объяснения барионной асимметрии

необходимо предположить, что, во-первых, существует взаимодействие, не сохраняющее барионное число, во-вторых, существует взаимодействие, нарушающее инвариантность по отношению к операциям зарядового сопряжения ( $C$ ) и комбинированной инверсии координат ( $CP$ -инвариантность), и, в-третьих, должно отсутствовать термодинамическое равновесие на ранней стадии формирования Вселенной.

В СМ такие взаимодействия отсутствуют. Если бы нарушения указанных симметрий не было, то наша Вселенная состояла бы только из реликтовых  $\gamma$ -квантов и нейтрино, и нас с вами бы также не было.

В ряде современных теорий Великого объединения сильного, слабого и электромагнитного взаимодействий, а также в суперсимметричных теориях допускается нарушение барионного и лептонного чисел и, как следствие, распад протона, а также нейтрон-антинейтронные осцилляции. Впервые на важность экспериментальных поисков любых процессов с несохранением барионного числа и в особенности процессов нейтрон-антинейтронных осцилляций обратил внимание В. А. Кузьмин (ИЯИ РАН, Москва) в связи с обсуждением барионной асимметрии Вселенной [2, 3]. В настоящее время рядом международных коллабораций (Супер-Камиоканде, Судан-2 и др.) ведется активный поиск нестабильности материи, связанной с распадом протона и аннигиляцией антинейтронов от осцилляций в ядрах [4]. Следует отметить, однако, что экспериментальные ограничения, полученные на длину нейтрон-антинейтронных осцилляций в этих экспериментах, не превосходили по точности ограничения, полученные в прямом эксперименте на пучке холодных нейтронов, проведенном в Институте Лауэ – Ланжевена (ИЛЛ, Гренобль, Франция) в 1989 г. [5]. Реактор ПИК с высокоинтенсивными источниками холодных и ультрахолодных нейтронов (УХН) мог бы позволить улучшение точности почти на порядок, в силу уникального опыта ПИЯФ в создании таких источников (см. [6, 7]). Однако наиболее перспективным по чувствительности представляется проект эксперимента [8] по поиску нейтрон-антинейтронных осцилляций с холодными нейтронами на создающемся сейчас в Лунде (Швеция) Европейском источнике нейтронов (ESS) на основе расщепления ядер тяжелых элементов протонами от ускорителя.

Не менее важной и актуальной задачей с точки зрения объяснения барионной асимметрии Вселенной является поиск постоянного ЭДМ нейтрона, наличие которого нарушает  $P$ -,  $T$ - и, тем самым,  $CP$ -симметрию. Приоритетность этой задачи и эксперименты, которые ведутся в мире по ее решению, обсуждаются, например, в обзоре А. П. Сереброва [7]. На этом остановимся подробнее, поскольку далее будет рассматриваться одна из альтернативных возможностей поиска ЭДМ нейтрона в дифракционных экспериментах.

## Современные ограничения на величину ЭДМ нейтрона

Нарушение  $P$ -четности в слабых взаимодействиях, предсказанное в 1956 г. Ли и Янгом [9] и обнаруженное экспериментально Ву с сотрудниками [10], в настоящее время сравнительно хорошо изучено как теоретически, так и экспериментально. Природа же нарушения комбинированной четности ( $CP$ -четности) остается загадкой со времени его обнаружения в 1964 г. в распадах нейтральных  $K$ -мезонов [11] в течение уже более 50 лет. И до недавнего времени это был единственный известный случай  $CP$ -нарушения (и также нарушения симметрии относительно обращения времени ( $T$ )). Летом 2004 г. две большие международные коллаборации, Belle и BaBar, работающие в Японии и США, сообщили [12, 13] о наблюдении  $CP$ -нарушения в распадах нейтральных  $B$ -мезонов, содержащих тяжелые кварки. В СМ можно объяснить нарушение  $CP$ -симметрии в распадах  $K$ - и  $B$ -мезонов, однако при этом барионная асимметрия предсказывается на уровне  $10^{-25}$ , тогда как наблюдения свидетельствуют об уровне  $10^{-8}$ – $10^{-10}$ . Поэтому поиски механизма нарушения  $CP$ -симметрии, объясняющего и барионную асимметрию, являются одним из краеугольных камней современной физики.

Проблема существования ЭДМ нейтрона тесно связана с фундаментальными проблемами нарушения временной (относительно преобразования обращения времени  $T$ ) и, в силу сохранения  $CPT$ - (Людерс [14], 1954; Паули [15], 1955),  $CP$ -симметрии ( $C$  – операция зарядового сопряжения,  $P$  – операция инверсии координат). Гипотеза о симметрии законов природы относительно преобразования комбинированной инверсии ( $CP$ ) была высказана Ландау в 1957 г. [16]. В той же работе им было замечено, что наличие у любой элементарной частицы ЭДМ требует одновременного нарушения как пространственной ( $P$ ), так и временной ( $T$ ), а следовательно, и  $CP$ -четности.

Таким образом, прямая связь ЭДМ с нарушением фундаментальных симметрий представляет большой интерес для современной физики. На важность поиска ЭДМ нейтрона с этой точки зрения указал Рамзей в 1958 г. [17], хотя некоторые соображения по этому поводу Парселл и Рамзей высказывали еще в 1950 г., а в 1951 г. они с аспирантом Смитом начали первые эксперименты по поиску ЭДМ нейтрона [18].

Обнаруженное нарушение  $CP$ -симметрии в распадах  $K$ - и  $B$ -мезонов, если его учесть в рамках СМ, приводит к величине ЭДМ нейтрона на уровне  $10^{-31}$ – $10^{-33}$   $e \cdot \text{см}$ , который находится далеко за пределами современных экспериментальных возможностей измерения.

Однако в моделях, объясняющих барионную асимметрию Вселенной, ЭДМ нейтрона оказывается на уровне  $10^{-26}$ – $10^{-28}$   $e \cdot \text{см}$  (см., например, обзоры [19–24] о современном состоянии теории в этой области), и его обнаружение было бы прямым свидетельством в пользу моделей, объединяющих различные взаимодействия, таких как модели Великого объединения или

суперсимметричные модели. В настоящее время ведется подготовка нескольких экспериментов по поиску ЭДМ нейтрона на этом уровне точности (см., например, [7, 25]). Таким образом, увеличение точности измерений в нейтронной физике позволяет получать результаты, которые вполне сопоставимы по важности с результатами, получаемыми на дорогостоящих суперколлайдерах, и могут существенно их дополнять. Обнаружение ЭДМ нейтрона свидетельствовало бы, в частности, о наличии суперсимметричных частиц.

Нейтрон с экспериментальной точки зрения представляет очень удобную систему для этой цели (об истории вопроса и экспериментальной ситуации см. [7, 25–35], а также рис.).

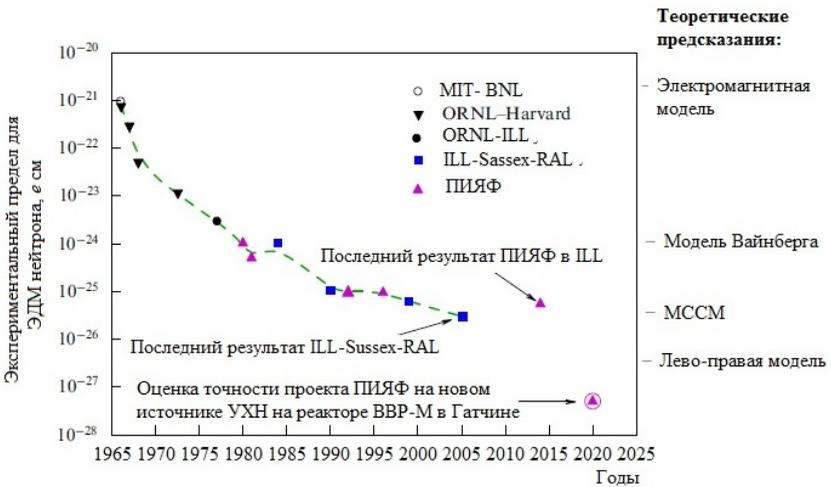


Рис. История понижения экспериментального предела для величины ЭДМ нейтрона в экспериментах, выполненных в Гатчине и Гренобле, а также перспективы увеличения точности (на примере возможностей реактора ВВР-М для создания источника УХН в Гатчине). МССМ – минимальная суперсимметричная Стандартная модель (рисунок из обзора [7])

И хотя обнаружить ЭДМ нейтрона пока не удастся, экспериментальные ограничения на его величину уже сыграли свою роль, позволив, по выражению Голуба и Ламоро [30], «исключить больше теорий (предложенных для объяснения  $K$ -распада), чем это сделал любой другой эксперимент за всю историю физики». В частности, последние экспериментальные данные [34, 35] практически закрывают модель Вайнберга с  $CP$ -нарушением в хиггсовском секторе, которая дает уровень оценок от  $10^{-22}$  до  $10^{-25} e \cdot \text{см}$  [36] (см. также [37]).

В настоящее время наиболее точным методом измерения ЭДМ является метод УХН (магниторезонансный метод<sup>1</sup> с использованием УХН, которые можно накапливать и хранить в полости), развиваемый в НИЦ «Курчатовский институт» – ПИЯФ (Гатчина, Россия [32]) и в Институте Лауэ – Ланжевена (ИЛЛ, Гренобль, Франция [33–35]). Идея о возможности хранения УХН в замкнутой полости за счет полного внешнего отражения принадлежит Я. Б. Зельдовичу [38] (1959). Предложение использовать УХН для улучшения точности измерения ЭДМ нейтрона впервые прозвучало в работе Ф. Л. Шапиро [26] (1968).

По словам А. В. Стрелкова, одного из авторов экспериментального открытия УХН в том же 1968 г. на реакторе ИБР в ОИЯИ (Дубна), «если бы не эта идея Ф. Л. Шапиро про ЭДМ, может быть, и по сей день УХН так и остались бы невостребованными и существовали только в виде красивой сказки...» (А. Стрелков. Первая бутылка с нейтронами и все, что этому предшествовало. <http://museum.jinr.ru/ru/news/56.htm>, см. также [39]).

Результаты, полученные в упомянутых выше группах к 1989 г., следующие:

$$D = (0 \pm 0,4) \cdot 10^{-25} e \cdot \text{см (ПИЯФ, [32])};$$

$$D = (-0,3 \pm 0,5) \cdot 10^{-25} e \cdot \text{см (ИЛЛ, [33])}.$$

Верхний предел на величину ЭДМ нейтрона (на уровне достоверности 90 %), полученный в результате эксперимента, длившегося в течение трех десятилетий в ПИЯФ (1989), таков:

$$D < 9,7 \cdot 10^{-26} e \cdot \text{см (90% C.L.)}.$$

Последующие измерения в ИЛЛ в течение еще 17 лет [35] (2006) дали сравнительно небольшое улучшение результата:

$$D < 2,8 \cdot 10^{-26} e \cdot \text{см (90% C.L.)}.$$

Это одна из самых высоких точностей, достигнутых в мире к настоящему времени. Если нейтрон представить в виде шара размером  $R \sim 10^{-13}$  см, то  $D/R \sim 3 \cdot 10^{-13}$ . Такая доля от радиуса Земли составляет  $\sim 2$  мкм!

В настоящее время к поиску ЭДМ нейтрона успешно присоединилась коллаборация из 17 европейских институтов и университетов, работающая на недавно запущенном источнике УХН в Швейцарии, в Институте им. Пауля Шеррера, которая к 2020 г. хоть и незначительно, но улучшила указанное выше ограничение. Теперь оно стало:  $D < 1,8 \cdot 10^{-26} e \cdot \text{см [40]}$ .

---

<sup>1</sup> Впервые магниторезонансный метод для поиска ЭДМ нейтрона был применен в эксперименте с тепловыми нейтронами Парселлом, Рамзеем и Смитом и упомянут в 1951 г. [18] (их результат:  $D \sim 5 \cdot 10^{-20} e \cdot \text{см}$ ; он не противоречит сохранению  $P$ , поэтому авторы не уделили ему особого внимания), а отдельно опубликован лишь в 1956–57 гг.

Абсолютная ошибка измерения ЭДМ, характеризующая чувствительность метода, определяется по формуле (см., например, [32])

$$\sigma(D) \propto \frac{1}{E\tau\sqrt{N}},$$

где  $E$  – величина электрического поля, приложенного к нейтрону,  $\tau$  – среднее время пребывания нейтрона в этом поле. Величина  $E\tau$  характеризует экспериментально наблюдаемый эффект (например, изменение скорости счета нейтронов в детекторе при изменении направления электрического поля или спина нейтрона),  $N$  – полное число накопленных событий. Возможность увеличения  $N$  определяется светосилой установки. В методе УХН величина поля  $E$  составляет 10–15 кВ/см. Эта величина ограничена свойствами изолирующих материалов. Время хранения УХН в установке составляет  $\tau = 70$ –100 с [32]. Величина  $E\tau$  в эксперименте [32] равнялась  $\sim 1\,050$  кВ · с/см. К настоящему времени установка ПИЯФ существенно модернизирована, и величина  $E\tau$  увеличена более чем в два раза, кроме того, создание нового источника УХН с интенсивностью, на несколько порядков превышающей достигнутую сейчас, дает возможность реально улучшить ограничения на ЭДМ нейтрона по крайней мере на порядок (см. [7]).

### Сравнительные характеристики методов

Предложенный в работах [41, 42] дифракционный метод измерения ЭДМ дает надежду на улучшение чувствительности по сравнению с методом УХН. Для такой надежды имеется несколько оснований.

1. В работах [41–45] было предсказано и экспериментально доказано наличие сильного внутрикристаллического поля  $E_g \sim 10^5$ – $10^6$  кВ/см, действующего на нейтрон в течение всего времени прохождения его через достаточно толстые (с толщиной вплоть до  $L = 10$  см и более) нецентросимметричные кристаллы в условиях, близких к выполнению условий дифракции. Показана возможность использования таких полей для измерения ЭДМ нейтрона. Похожая идея использования гипотетических межатомных полей, насколько нам известно, была впервые высказана в обзоре Голуба и Пендлбери [29] (1972), однако вопрос о том, при каких условиях могут возникать поля, действующие на нейтрон, и реализуемы ли такие условия вообще, в этой работе не ставился.

На важность учета нецентросимметричности кристалла впервые обращено внимание в монографии Абова, Гулько и Крупчицкого [46] (1966). Авторы первыми указали на возможность интерференции ядерной и электромагнитной (швингеровской) структурных амплитуд в нецентросимметричных непоглощающих кристаллах и предложили использовать швинге-

ровское рассеяние для изучения структур, не обладающих центральной симметрией.

До этого считалось, что электромагнитная амплитуда, поскольку она является чисто мнимой, может интерферировать только с мнимой частью ядерной амплитуды, то есть только в случае наличия поглощения в кристалле. Шалл в 1963 г. использовал такую интерференцию для наблюдения швингеровского рассеяния при дифракционном отражении от поглощающего кристалла ванадия [47]. В 1967 г. Шалл и Натанс [48], используя дифракционное отражение от поглощающего кристалла сульфида кадмия (CdS), получили рекордное для своего времени ограничение на величину ЭДМ нейтрона.

В работе Форте [49] (1983) теоретически проанализирована связанная с интерференцией ядерной и электромагнитной структурных амплитуд рассеяния возможность поиска ЭДМ нейтрона по вращению спина при прохождении через нецентросимметричный кристалл в направлении, близком к брэгговскому, в симметричной схеме дифракции по Брэггу. Дана следующая оценка угла поворота спина за счет ЭДМ нейтрона для плоскостей  $(2\bar{1}0)$  и  $(2\bar{1}1)$  кварца:  $\varphi_{EDM} \approx 0,7 \cdot 10^{-6}$  рад для кристалла толщиной в 1 см и для  $D = 10^{-25} e \cdot \text{см}$ . Более грубая оценка ( $\sim 1$  рад/см) приведена для угла поворота за счет спин-орбитального взаимодействия.

Аналогичная, но более детальная теория эффектов вращения спина и спинового дихроизма при динамической дифракции нейтронов дана в работах Барышевского и Черепицы [50] (1985). В работе [51] тех же авторов обсуждается возможность поиска ЭДМ нейтрона по повороту спина при дифракции по Лауэ в нецентросимметричном поглощающем кристалле, причем вращение спина в этом случае обусловлено наличием поглощения в кристалле. В этих работах также оцениваются величины углов поворота спина за счет спин-орбитального взаимодействия и ЭДМ нейтрона для плоскости  $(211)$  карбида вольфрама (WC). В частности, для угла поворота за счет ЭДМ (для  $D = 10^{-25} e \cdot \text{см}$ ) в карбиде вольфрама получается:  $\varphi_{EDM} \approx 2 \cdot 10^{-6}$  рад/см [51].

В 1989 г. Форте и Цаен [52] сообщили об экспериментальном обнаружении вращения спина нейтрона за счет спин-орбитального (швингеровского) взаимодействия в нецентросимметричном кристалле кварца ( $\text{SiO}_2$ ) при дифракции по Брэггу вблизи брэгговских направлений (при точном выполнении условия Брэгга эффект в этом случае исчезает), хотя сравнить рассчитанный и измеренный эффекты авторы данной работы затруднились (экспериментальный эффект оказался в несколько раз меньше рассчитанного в силу, по-видимому, недостаточно высокого совершенства кристалла).

В 1988–1989 гг. авторами работ [42–45] было показано, что разность фаз ядерной и электромагнитной структурных амплитуд приводит к тому, что на нейтрон, движущийся в нецентросимметричном монокристалле,

действует постоянное электрическое поле, величина которого зависит от направления распространения нейтрона по отношению к кристаллографическим плоскостям и достигает максимумов при точном выполнении условий Брэгга. Основываясь на такой картине, оказалось возможным предсказать и достаточно просто описать ряд новых эффектов в динамической дифракции нейтронов по Лауэ, таких как смещение фазы маятниковой картины при перевороте спина нейтрона [44, 45], изменение контраста маятниковой картины вследствие вращения спина в этих полях [42], вращение спина нейтрона в прозрачном, то есть непоглощающем, в отличие от [50], кристалле, а также деполяризацию нейтронного пучка [53].

В 1988 г. нами по сдвигу маятниковой фазы при перевороте спина нейтрона при лауэвской дифракции поляризованных нейтронов (при точном выполнении условия Брэгга) было впервые измерено поле  $E_g$  [44, 45] для плоскости (110) кристалла  $\alpha$ -кварца. Экспериментальная величина этого поля совпала с рассчитанной и оказалась равной  $E_{110} = (2,10 \pm 0,12) \cdot 10^8$  В/см.

2. Важной особенностью дифракции по Лауэ (на прохождении) является возможность существенного увеличения времени пребывания  $\tau$  нейтрона в электрическом поле кристалла путем перехода к углам Брэгга, близким к  $\pi/2$ , поскольку при дифракции нейтрон в среднем движется вдоль кристаллографических плоскостей и время пребывания нейтрона в кристалле определяется именно этой компонентой скорости [54, 55]. Эта компонента  $U_{\parallel}$ , определяемая углом Брэгга, может быть существенно уменьшена (по крайней мере на порядок) по сравнению с полной скоростью нейтрона. На это впервые было обращено внимание в работах [40, 42]. По этой причине, несмотря на то что время прохождения нейтрона через кристалл существенно меньше времени удержания УХН в установке, величины  $E\tau$ , определяющие физически наблюдаемый эффект, для сравниваемых методов (при углах Брэгга, достаточно близких к  $\pi/2$ ) оказываются одного порядка. Заметим, что эти величины в случаях, рассмотренных Форте [49], а также Барышевским и Черепицей [50], приблизительно на порядок меньше и не могут быть увеличены за счет времени прохождения нейтрона через кристалл: в первом случае из-за брэгговской схемы дифракции (на отражение), во втором – из-за поглощения в кристалле.

3. Имеется возможность получения достаточно большой светосилы предложенной [41, 42] двухкристалльной установки за счет ее практической бездисперсионности. В результате по скорости набора статистики данный метод может, в принципе, более чем на порядок превзойти метод УХН.

4. Имеется также несколько возможностей исключения ложного эффекта от швингеровского взаимодействия нейтрона, и, кроме того, при углах Брэгга, близких к прямому, этот эффект не очень велик. В частности, при

отличии угла Брэгга от прямого на  $1/20$  (то есть приблизительно на три градуса) и при точности ориентации спина нейтрона относительно кристаллографических плоскостей  $\sim 10^{-4}$ , при ЭДМ =  $10^{-25} e \cdot \text{см}$  величина ложного эффекта не превосходит эффекта от ЭДМ.

#### 5. Сравнительная простота и компактность установки.

Сравнительные характеристики накопительного варианта метода УХН и предлагаемого дифракционного метода приведены в таблице. Из нее следует, что физические эффекты (например, углы поворота спина нейтрона в электрическом поле за счет ЭДМ) имеют приблизительно одинаковый порядок величины (в одном случае большое время пребывания нейтрона в сравнительно слабом поле, в другом – малое время пребывания, но в сильном поле). Однако гораздо большие интенсивности пучков холодных нейтронов, по сравнению с УХН, дают надежду получить чувствительность дифракционного метода к ЭДМ нейтрона по крайней мере не хуже, чем в методе УХН. Важность дифракционных экспериментов еще в том, что это совершенно другой метод, с другими систематическими ошибками, что является очень существенным с точки зрения взаимного подтверждения достоверности результатов в случае обнаружения ЭДМ.

Таблица

### Сравнительные характеристики магниторезонансного (использующего УХН) и дифракционного (использующего холодные нейтроны) методов измерения ЭДМ нейтрона

Величины, определяющие чувствительность установок	Магниторезонансный метод с хранением УХН ( $v = 5-6 \text{ м/с}$ )	Дифракционный метод с использованием холодных нейтронов ( $v \sim 800 \text{ м/с}$ , $v_{\parallel} \sim 20 \text{ м/с}$ )
$E$	10–20 кВ/см (определяется изолирующими свойствами материалов)	$10^5-10^6$ кВ/см (определяется потенциалом ионизации и размерами ячейки)
$\tau_{\text{max}}$	$\sim 1000 \text{ с}$ (определяется временем жизни нейтрона)	$\tau_{\text{max}} \sim 0,01 \text{ с}$ (определяется длиной поглощения нейтрона в кристалле)
$\tau_{\text{actual}}$	70–100 с	$2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$
$(E\tau)_{\text{max}}$	20 000 кВ · с/см	20 000 кВ · с/см
$(E\tau)_{\text{actual}}$	2 000 кВ · с/см	1 000 кВ · с/см

Физика явлений, лежащих в основе метода, следующая. Из динамической теории дифракции (см., например, [56–59]) следует, что распространение нейтрона в кристалле в направлениях, близких к брэгговским, можно описать двумя типами блоховских волн:  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$ , которые формируются в результате взаимодействия нейтрона с периодическим ядерным потенциалом системы кристаллографических плоскостей. При этом дифрагирующие нейтроны, распространяясь в среднем вдоль плоскостей, для состояний  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$  оказываются локализованными на «ядерных» плоскостях и между ними соответственно (здесь мы понимаем под «ядерными» плоскостями положения максимумов ядерного потенциала). В нецентросимметричных кристаллах для некоторых систем кристаллографических плоскостей положения максимумов электрического потенциала могут быть смещены относительно максимумов ядерного потенциала. Поэтому нейтроны в состояниях  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$  оказываются в сильных ( $\sim 10^5$  кВ/см) межплоскостных электрических полях противоположного знака:

$$\langle \psi^{(1)} | \mathbf{E} | \psi^{(1)} \rangle = -\langle \psi^{(2)} | \mathbf{E} | \psi^{(2)} \rangle \equiv \mathbf{E}_g.$$

Швингеровское взаимодействие магнитного момента нейтрона с этими полями, а также взаимодействие ЭДМ приводят к спиновой зависимости фазы дифракционной маятниковой картины.

Заметим, что в эксперименте Шалла и Натанса [48] по поиску ЭДМ также используются внутрикристаллические поля при брэгговском отражении от *центросимметричного* кристалла CdS. В этом случае также максимумы ядерного потенциала сдвинуты относительно максимумов электрического, но это происходит из-за наличия поглощения в Cd, то есть мнимой части потенциала. Эффективная же длина пути нейтрона в кристалле при этом определяется глубиной проникновения в кристалл, то есть ядерными амплитудами, и составляет  $\sim 7 \cdot 10^{-2}$  см. Скорости нейтронов в этом случае  $3, 6 \cdot 10^5$  см/с, и, даже если считать  $E \sim 10^6$  кВ/см, величина  $E\tau \sim 0,2$  кВ · с/см. Полученная в этом эксперименте верхняя граница ЭДМ нейтрона:  $D < 5 \cdot 10^{-22} e \cdot \text{см}$ .

В работе Александрова, Балагурова и других [60] (1969) предлагается возможность увеличения чувствительности такого рода опытов (например, по изучению ( $n, e$ )-рассеяния) путем изготовления кристалла из смеси изотопов с амплитудами рассеяния разных знаков. Например, из смеси изотопов вольфрама, обогащенной изотопом  $^{186}\text{W}$ , который обладает отрицательной длиной рассеяния, для уменьшения вещественной части амплитуды рассеяния по сравнению с мнимой частью. Предлагается также использовать такой кристалл для опытов по поиску ЭДМ при динамической дифракции нейтронов (Александров [61, 62], 1979). Однако величина эффекта в этих случаях все равно ограничивается величиной поля, которая имеет тот же порядок, и длиной поглощения, которая для вольфрама хотя и в 150 раз больше, чем для кадмия, тем не менее позволяет достичь всего лишь  $E\tau \sim 30$  кВ · с/см.

При этом само наблюдение дифракции (а тем более динамической) становится проблематичным в силу пропорционального уменьшения дифракционной ширины (и, соответственно, светосилы), а также в связи с практически невыполнимыми (и увеличивающимися с уменьшением амплитуды) требованиями к совершенству кристалла. В настоящее время известно всего несколько типов кристаллов, которые могут иметь достаточно большие размеры и достаточную для этой цели степень совершенства: кремний и кварц, которыми (и еще, может быть, кальцитом и германием) исчерпываются доступные и пригодные в настоящее время для такого рода экспериментов с использованием динамической дифракции нейтронов кристаллы.

## Часть 1. ОСОБЕННОСТИ НЕЙТРОННОЙ ОПТИКИ И ДИФРАКЦИИ НЕЙТРОНА В НЕЦЕНТРОСИММЕТРИЧНОМ КРИСТАЛЛЕ

### 1.1. Ядерный и электрический потенциалы кристалла. Разложение по векторам обратной решетки

Для решения дифракционных задач удобно потенциал кристалла, который является суммой потенциалов отдельных атомов, представить в виде суммы периодических потенциалов всевозможных систем кристаллографических плоскостей. Каждую систему плоскостей можно полностью определить вектором обратной решетки, который перпендикулярен плоскостям и по величине равен  $|\mathbf{g}| = g = 2\pi/d$ , где  $d$  – межплоскостное расстояние. Потенциал системы плоскостей зависит только от координаты в направлении  $\mathbf{g}$  (например,  $x$ ). Он является периодическим по этой координате, и его можно разложить в ряд Фурье (см. рис. 1.1):

$$V_g(x) = \sum_n V_n \exp\left(\frac{2\pi i}{d} nx\right) = \sum_{g_n} V_{g_n} e^{i g_n x}, \quad (1.1)$$

где  $g_n = |\mathbf{g}_n| = \frac{2\pi n}{d}$ .

Можно считать, что каждая гармоника в (1.1) описывает потенциал своей системы плоскостей, а  $\mathbf{g}_n$  представляет собой новый вектор обратной решетки (также направленный вдоль  $x$ ), характеризующий эту систему (тем самым мы дифракцию  $n$ -го порядка на некоторой системе плоскостей называем дифракцией первого порядка, но на системе плоскостей с межплоскостным расстоянием  $d_n = d/n$ ).

Аналогичное разложение можно провести по всем направлениям  $\mathbf{g}$ . В результате будем иметь так называемое разложение потенциала кристалла по векторам обратной решетки (см., например, [56, 58, 59]):

$$V(\mathbf{r}) = \sum_a V_a(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) = \sum_g V_g e^{i\mathbf{g}\mathbf{r}} = V_0 + \sum_{g>0} 2v_g \cos(\mathbf{g}\mathbf{r} + \phi_g), \quad (1.2)$$

где  $V_a(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a)$  – потенциалы отдельных атомов, расположенных в точках  $\mathbf{r}_a$ , которые образуют прямую решетку кристалла. Здесь мы учли, что, в силу вещественности потенциала,  $V_g = V_{-g}^*$ , и положили  $V_g = v_g \exp(i\phi_g)$ .

Таким образом, каждая система плоскостей описывается теперь гармоническим потенциалом (положения плоскостей будем определять как положения максимумов этого потенциала).

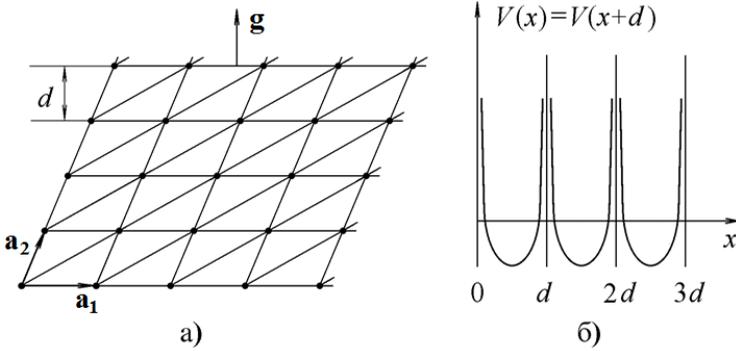


Рис. 1.1. Схематическое изображение двумерного кристалла: представление потенциала кристалла в виде суммы потенциалов всевозможных кристаллографических плоскостей; потенциал отдельного атома при этом формируется из бесконечного числа потенциалов плоскостей, пересекающихся на данном атоме ( $d$ ); условное изображение потенциала одной из систем плоскостей, характеризующейся вектором  $\mathbf{g}$  ( $\delta$ )

Амплитуды гармоник  $V_g$  находятся из соотношения

$$V_g = \int_{V=1} e^{-i\mathbf{g}\mathbf{r}} V(\mathbf{r}) d^3r = -\frac{2\pi\hbar^2}{m} N_c F_g, \quad (1.3)$$

где  $m$  – масса нейтрона,  $N_c$  – число элементарных ячеек в единице объема,  $F_g$  – структурная амплитуда:

$$F_g = \sum_i e^{-W_{ig}} f_i(\mathbf{g}) e^{-i\mathbf{g}\mathbf{r}_i}. \quad (1.4)$$

Здесь суммирование ведется по атомам одной элементарной ячейки,  $f_i(\mathbf{g})$  – амплитуда рассеяния нейтрона  $i$ -м атомом,  $W_{ig}$  – фактор Дебая – Уоллера. Ядерный, электрический и другие потенциалы, а также амплитуды будем характеризовать, соответственно, верхними индексами  $N$ ,  $E$  и т. д. При этом

$$f_i^N(\mathbf{g}) = -a_i, \quad (1.5)$$

где  $a_i$  – длина рассеяния нейтрона  $i$ -м ядром ячейки, обусловленная ядерным взаимодействием.

$$f_i^E(\mathbf{g}) = -2r_n \frac{Z_i - f_{ic}(\mathbf{g})}{\tilde{\lambda}_{cn}^2 g^2}. \quad (1.6)$$

Здесь  $r_n = e^2 / mc^2$ ,  $\tilde{\lambda}_{cn} = \hbar / mc$ ,  $f_{ic}$  – соответственно, классический радиус нуклона, его комптоновская длина волны и зарядовый формфактор  $i$ -го атома,  $Z_i$  – заряд ядра  $i$ -го атома.

Если кристалл обладает центром симметрии, то, поместив в него начало координат, будем иметь  $V(\mathbf{r}) = V(-\mathbf{r})$  и, тем самым,  $V_g = V_g^*$ , то есть выбором начала координат можно все фазы  $\phi_g$  обратить в нуль и все величины  $V_g$  сделать вещественными. Это означает, что в centrosymmetric кристалле положения «ядерных» и «электрических» плоскостей совпадают, то есть  $\phi_g^N = \phi_g^E$ . Ситуация изменяется, если центр симметрии отсутствует. В этом случае существуют такие системы плоскостей, для которых  $\phi_g^N - \phi_g^E \neq 0$ . Это означает, что «ядерные» плоскости, оставаясь параллельными «электрическим», будут смещены относительно последних, так что в кристалле появляется дополнительное выделенное направление, которое можно задать вектором, параллельным вектору обратной решетки  $\mathbf{g}$  и направленным, например, от ядерных плоскостей к электрическим. Следовательно, если мы начало координат поместим в максимум ядерного потенциала такой плоскости (так, чтобы  $\phi_g^N = 0$ ), то будем иметь

$$V^N(\mathbf{r}) = 2v_g^N \cos \mathbf{g}\mathbf{r} \quad (1.7)$$

и

$$V^E(\mathbf{r}) = 2v_g^E \cos(\mathbf{g}\mathbf{r} + \phi_g^E). \quad (1.8)$$

Соответственно, электрическое поле этой системы плоскостей будет иметь вид

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\text{grad}V^E(\mathbf{r}) = 2v_g^E \mathbf{g} \sin(\mathbf{g}\mathbf{r} + \phi_g^E). \quad (1.9)$$

Величины  $v_g^E$  в зависимости от вещества кристалла и выбора системы кристаллографических плоскостей лежат в довольно широких пределах: от долей до десятков вольт [56]. Для кристалла кварца, например, они порядка 1–2 В.

Таким образом, в области максимумов (и минимумов) ядерного потенциала в неcentrosymmetric кристалле действуют сильные электрические поля величиной  $10^8$ – $10^9$  В/см ( $g \sim 10^8$  см<sup>-1</sup>). Для сравнения заметим,

что энергии ядерного взаимодействия нейтрона  $v_g^N$  составляют несколько единиц на  $10^{-7}$  эВ.

Когда нейтроны распространяются в кристалле, взаимодействие с периодическим ядерным потенциалом кристаллографических плоскостей приводит к концентрации нейтронов как раз в области максимумов (или минимумов) ядерного потенциала, то есть в области действия сильного электрического поля, см. рис. 1.2.

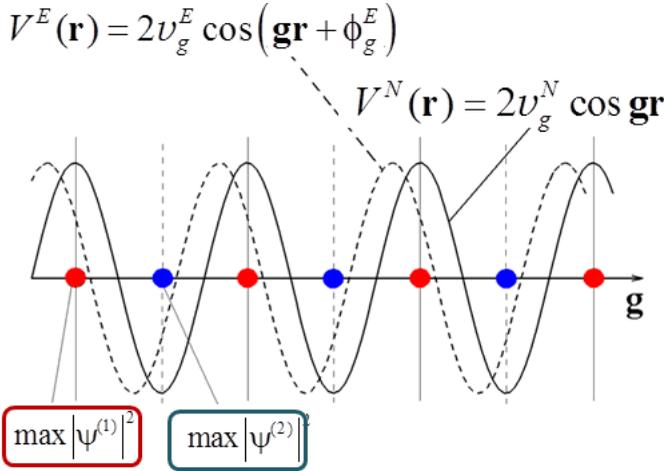


Рис. 1.2. Ядерный и электрический потенциалы одной из систем кристаллографических плоскостей, характеризующейся вектором  $\mathbf{g}$ . Нейтроны сконцентрированы на ядерных плоскостях (максимумы ядерного потенциала) либо между ними (минимумы потенциала), см. далее формулы (1.36), (1.37)

## 1.2. Интерференция ядерной и электромагнитной амплитуд рассеяния. Сильные электрические поля

Пусть на кристалл падает нейтрон с импульсом  $\hbar k_0$  и энергией  $E = \hbar^2 k_0^2 / 2m$ . Потенциал его взаимодействия с кристаллом состоит из двух частей, ядерной и электромагнитной:

$$V(\mathbf{r}) = V^N(\mathbf{r}) + V^{EM}(\mathbf{r}), \quad (1.10)$$

где, в свою очередь,

$$V^{EM}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\sigma}) = V^S(\mathbf{r}, \boldsymbol{\sigma}) + V^D(\mathbf{r}, \boldsymbol{\sigma}). \quad (1.11)$$

$V^S(\mathbf{r}, \boldsymbol{\sigma})$  описывает швингеровское взаимодействие магнитного момента  $\boldsymbol{\mu}$  нейтрона,  $V^D(\mathbf{r}, \boldsymbol{\sigma})$  – взаимодействие его ЭДМ  $\mathbf{D}$  с внутрикристаллическим электрическим полем  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ :

$$V^S(\mathbf{r}, \boldsymbol{\sigma}) = -\boldsymbol{\mu} \mathbf{H}^S \equiv -\boldsymbol{\mu} \frac{\boldsymbol{\sigma} [\mathbf{E} \times \mathbf{v}_{\parallel}]}{c} = -2\nu_g^E \boldsymbol{\mu} \frac{\boldsymbol{\sigma} [\mathbf{g} \times \mathbf{v}_{\parallel}]}{c} \sin(\mathbf{g}\mathbf{r} + \phi_g^E), \quad (1.12)$$

$$V^D(\mathbf{r}, \boldsymbol{\sigma}) = -\mathbf{D}\mathbf{E} = -D(\mathbf{E}\boldsymbol{\sigma}) = -2\nu_g^E D(\mathbf{g}\boldsymbol{\sigma}) \sin(\mathbf{g}\mathbf{r} + \phi_g^E), \quad (1.13)$$

где  $\mathbf{H}^S$  – швингеровское магнитное поле, действующее на нейтрон, движущийся в электрическом поле, в системе отсчета, связанной с нейтроном,  $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\sigma} = \mu_N g_n \mathbf{S}$ ,  $\mu_N$  – ядерный магнетон,  $g_n = -3,8$ ;  $\mathbf{S}$  – спин нейтрона,  $S = 1/2$ , так что  $\mu = \mu_N g_n/2$ ,  $\mathbf{D} = D\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\nu_{\parallel}$  – компонента скорости нейтрона вдоль кристаллографической плоскости. Здесь для компактности опущен знак суммирования по  $\mathbf{g}$ , то есть (1.12), (1.13) описывают потенциалы взаимодействия с одной системой плоскостей.

Для амплитуд гармоник периодического потенциала (1.10), см. (1.2), также будем иметь сумму:

$$V_g = V_g^N + V_g^{EM}(\boldsymbol{\sigma}), \quad (1.14)$$

где из (1.12) и (1.13) следует:

$$V_g^{EM}(\boldsymbol{\sigma}) = i\nu_g^E e^{i\phi_g^E} \left\{ \boldsymbol{\mu} \frac{\boldsymbol{\sigma} [\mathbf{g} \times \mathbf{v}_{\parallel}]}{c} + D(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{g}) \right\}, \quad (1.15)$$

так что

$$V_g = e^{i\phi_g^N} \left[ \nu_g^N + i\nu_g^E e^{i\Delta\phi_g} \left\{ \boldsymbol{\mu} \frac{\boldsymbol{\sigma} [\mathbf{g} \times \mathbf{v}_{\parallel}]}{c} + D(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{g}) \right\} \right]. \quad (1.16)$$

Здесь  $\Delta\phi_g = \phi_g^E - \phi_g^N$ . Для centrosимметричного кристалла  $\Delta\phi_g \equiv 0$ .

Важную роль при описании рассеяния нейтронов кристаллами играет величина  $|V_g|$ , для которой, если пренебречь членами, квадратичными по электромагнитному взаимодействию, получается следующее выражение:

$$|V_g| = \nu_g^N - \boldsymbol{\mu} (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{H}_g^S) - D(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{E}_g), \quad (1.17)$$

где

$$\mathbf{H}_g^S = \frac{[\mathbf{E}_g \times \mathbf{v}_{\parallel}]}{c},$$

$$\mathbf{E}_g = \nu_g^E \mathbf{g} \sin \Delta\phi_g \equiv \langle \psi^{(1)} | \mathbf{E}(\mathbf{r}) | \psi^{(1)} \rangle. \quad (1.18)$$

$\mathbf{H}_g^S$  – магнитное (швингеровское) поле системы плоскостей  $\mathbf{g}$  в системе покоя нейтрона, связанное со средним электрическим полем  $\mathbf{E}_g$  этой же системы, которое действует на дифрагирующий нейтрон при точном выполнении условия Брэгга (см. далее).

Величины  $\nu_g^E$ ,  $\Delta\phi_g$  и  $E_g$  для ряда плоскостей, рассчитанные по формулам (1.3)–(1.6) и (1.18) с использованием табличных параметров  $\alpha$ -кварца, приведены в табл. 1.1. Неопределенность расчета (10 %) обусловлена, главным образом, неопределенностью значения ионности связи «кремний – кислород» ( $i \approx 0,5$ ), влияющей на кулоновские формфакторы.

Таблица 1.1

Результаты расчета величин  $\nu_g^E$ ,  $\Delta\phi_g$  и  $E_g$  для плоскостей  $\alpha$ -кварца  $\mathbf{g}(hkl)$

$hkl$	$d, \text{Å}$	$\nu_g^E, \text{В}$	$\Delta\phi_g, \text{рад}$	$E_g \cdot 10^8, \text{В/см}$
110	2,457	1,92	-0,42	-2,03
111	2,236	0,96	-0,99	-2,28
112	1,818	2,21	-0,037	-0,28
113	1,453	0,94	-2,87	-1,09
114	1,184	1,28	-2,98	-1,09
115	0,989	0,73	0,25	1,17
100	4,255	2,14	0	0
120	1,608	0,55	-0,32	-0,67
130	1,180	1,39	0,046	0,34
140	0,929	0,053	-0,83	-0,26
150	0,764	0,24	-0,99	-1,64

В Приложении А (см. табл. А.1–А.3) будут приведены более подробные результаты расчетов электрических полей в  $\alpha$ -кварце.

Для иллюстрации того, что, в принципе, могут существовать и более сильные внутрикристаллические поля, в табл. 1.2 приведены максимальные величины полей, рассчитанные для некоторых других кристаллов (см. также табл. А.4–А.6 Приложения А).

Таблица 1.2

**Максимальные величины внутрикристаллических полей  $E_g^{\max}$   
для некоторых кристаллов**

Кристалл	$hkl$	$E_g^{\max} \cdot 10^8$ , В/см
$\alpha$ -кварц ( $\text{SiO}_2$ )	111	2,3
Германат висмута ( $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ )	444	4,8
Силикат висмута ( $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ )	444	4,65
Титанат бария ( $\text{BaTiO}_3$ )	004	9,6
Титанат свинца ( $\text{PbTiO}_3$ )	411	18
Танталат лития ( $\text{LiTaO}_3$ )	444	14

Матричный элемент перехода  $\langle \mathbf{k}|V(\mathbf{r})|\mathbf{k}_0 \rangle$  нейтрона из состояния с импульсом  $\hbar\mathbf{k}_0$  в состояние с импульсом  $\hbar\mathbf{k}$  за счет взаимодействия с периодическим потенциалом кристалла  $V(\mathbf{r})$  (1.2) имеет вид

$$V_{\mathbf{k}\mathbf{k}_0} \equiv \langle \mathbf{k}|V|\mathbf{k}_0 \rangle = \int_{V=1} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} V(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}_0\mathbf{r}} d^3r = \sum_g V_g \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0 + \mathbf{g}}. \quad (1.19)$$

Заметим, что здесь и ранее мы использовали нормировку волновых функций в единичном объеме  $V = 1$ . Таким образом, конечный волновой вектор  $\mathbf{k}$  может принимать только дискретные значения:  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 + \mathbf{g}$ . То есть периодический потенциал системы плоскостей, характеризуемый вектором  $\mathbf{g}$ , передает нейтрону фиксированный импульс  $\pm\hbar\mathbf{g}$ . Кроме того, при рассеянии на таком потенциале сохраняется энергия нейтрона, то есть величина волнового вектора должна оставаться неизменной:

$$|\mathbf{k}_0| = |\mathbf{k}_0 + \mathbf{g}|. \quad (1.20)$$

А это есть не что иное, как условие Брэгга для дифракционного отражения от системы плоскостей  $\mathbf{g}$ , переписанное в векторной форме. Оно эквивалентно условию

$$2\mathbf{k}_0\mathbf{g} + g^2 = 0, \quad (1.21)$$

откуда непосредственно следует:

$$2d \sin \theta_B = \lambda_0, \quad (1.22)$$

где  $\lambda_0 = 2\pi/k_0$ ,  $\theta_B$  – угол Брэгга между направлением  $\mathbf{k}_0$  и отражающей плоскостью.

Заметим, что сечение рассеяния на кристалле при выполнении условия Брэгга для системы плоскостей  $\mathbf{g}_0$  пропорционально величине  $|V_{g_0}|^2$ . Для centrosymmetric кристалла ( $\Delta\phi_g = 0$ ) при отсутствии поглощения элек-

тромагнитное взаимодействие входит в сечение квадратично (см. формулу (1.16)), что дает исчезающе малую, не зависящую от направления спина добавку к сечению рассеяния нейтрона. Это связано с тем, что электромагнитная амплитуда является чисто мнимой и не интерферирует с чисто вещественной ядерной амплитудой. Для того чтобы появилась интерференция, а следовательно линейный по электромагнитному взаимодействию член в сечении и, соответственно, зависимость от направления спина, необходимо либо наличие мнимой части в ядерной амплитуде (то есть поглощения, как в опыте Шалла и Натанса [48]), либо (для прозрачного кристалла) изменение фазы электромагнитной амплитуды, что и происходит в нецентросимметричном кристалле. Линейные по полям  $\mathbf{E}_g$  и  $\mathbf{H}_g^S$  слагаемые в выражении (1.17) и есть результат такой интерференции.

### 1.3. Нейтронная оптика в нецентросимметричном кристалле. Теория возмущений

Волновая функция нейтрона в кристалле, распространяющегося вблизи брэгговских направлений, в первом порядке теории возмущений имеет вид

$$\psi = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \sum_g \frac{V_g}{E_k - E_{k_g}} \cdot e^{i\mathbf{k}_g\mathbf{r}} \equiv e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \left[ 1 + \sum_g \frac{U_g}{2\Delta_g} e^{i\mathbf{g}\mathbf{r}} \right]. \quad (1.23)$$

Здесь  $\mathbf{k}$  – волновой вектор нейтрона в кристалле,  $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$ ,  $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m$  и  $E_{k_g} = \hbar^2 k_g^2 / 2m$  – невозмущенные энергии состояний нейтрона  $|\mathbf{k}\rangle = \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$  и  $|\mathbf{k}_g\rangle = \exp(i\mathbf{k}_g\mathbf{r})$  с импульсами, соответственно,  $\hbar\mathbf{k}$  и  $\hbar\mathbf{k}_g$ ;  $V_g \equiv \hbar^2 U_g / 2m$ ;  $\Delta_g = (k^2 - k_g^2) / 2$  – параметр отклонения от условия Брэгга для системы плоскостей  $\mathbf{g}$ . Из выражения (1.23) видно, что при приближении к условию Брэгга  $\Delta_g \rightarrow 0$  для плоскостей  $\mathbf{g}$  амплитуда «отраженной» этой системой волны неограниченно возрастает, так что пользоваться теорией возмущений становится нельзя уже при  $\Delta_g \approx |U_g| \equiv u_g$ . Точное выполнение условия Брэгга  $\Delta_g = 0$  соответствует тому, что уровень с энергией нейтрона  $E_k$  становится двукратно вырожденным, ему будут отвечать два состояния с импульсами:  $\hbar\mathbf{k}$  и  $\hbar(\mathbf{k} + \mathbf{g})$ . Амплитуды этих состояний становятся сравнимыми по величине, и нужно решать двухуровневую задачу, так называемое двухволновое приближение динамической теории дифракции.

Заметим, что фаза полной амплитуды  $V_g$  (или  $U_g$ ) практически совпадает с фазой ее ядерной части  $\phi_g \approx \phi_g^N$  (см. (1.16)), поскольку величина  $\nu_g^{EM}$  (для тепловых нейтронов) имеет порядок  $10^{-11}$  эВ, что составляет  $10^{-4} \nu_g^N$ .

С учетом этого замечания для распределения плотности нейтронов при движении в кристалле из (1.23) будем иметь

$$|\psi|^2 = 1 + \sum_g \frac{U_g}{\Delta_g} \cos(\mathbf{gr} + \phi_g^N).$$

Таким образом, в зависимости от знака  $\Delta_g$ , то есть от того, какое направление имеет волновой вектор нейтрона относительно вектора обратной решетки кристалла, происходит концентрация нейтронов либо вблизи максимумов ядерного потенциала, либо вблизи его минимумов. Это, с одной стороны, приводит к изменению кинетической энергии нейтронов, а с другой – к зависимости этой энергии от направления спина нейтрона, потому что среднее электрическое поле, действующее на нейтрон, становится отличным от нуля.

Действительно, при учете взаимодействия нейтрона с потенциалом кристалла его полная энергия в состоянии (1.23) изменится на величину  $\langle \psi | V(\mathbf{r}) | \psi \rangle$  и по той же теории возмущений будет равна

$$\tilde{E}_k = E_k + V_0 + \sum_g \frac{|V_g|^2}{E_k - E_{k_g}}. \quad (1.24)$$

Здесь  $V_0$  – нулевая гармоника, или средний потенциал кристалла  $\langle \mathbf{k} | V(\mathbf{r}) | \mathbf{k} \rangle$  в невозмущенном состоянии  $|\mathbf{k}\rangle$  (описывающий изменение энергии нейтрона в первом порядке теории возмущений), он состоит только из ядерной части. Последнее слагаемое в (1.24) появляется во втором порядке теории возмущений, оно обусловлено как раз упомянутой концентрацией нейтронов. Если на кристалл падает нейтрон с волновым вектором  $\mathbf{k}_0$  и начальной энергией  $E = \hbar^2 k_0^2 / 2m$ , то внутри кристалла полная энергия нейтрона не меняется, изменяться может лишь волновой вектор  $\mathbf{k}$  (то есть кинетическая энергия). Это изменение находится из условия равенства энергий нейтрона вне и внутри кристалла  $E = \tilde{E}_k$ , то есть внутри кристалла имеем:

$$k^2 = k_0^2 - U_0 - \sum_g \frac{|U_g|^2}{2\Delta_g}. \quad (1.25)$$

Эта формула определяет коэффициент преломления  $n = k/k_0$  нейтронной волны в кристалле при достаточно больших параметрах отклонения от условия Брэгга  $\Delta_g \gg |U_g|$ . Откуда, используя  $k^2 - k_0^2 \approx -2k_0 \Delta k$  ( $\Delta k = k_0 - k$ ), а также связь между  $U_g$  и  $V_g$ , а также формулу (1.17), получим:

$$\Delta k = \frac{1}{\hbar v} \left\{ v_0^N + \sum_g \frac{1}{2w_g} \left[ v_g^N - 2\mu(\sigma \mathbf{H}_g^S) - 2D(\sigma \mathbf{E}_g) \right] \right\}. \quad (1.26)$$

Здесь под знаком суммы стоит не что иное, как среднее значение потенциальной энергии нейтрона в периодическом потенциале (1.10) в состоянии (1.23). Это среднее отлично от нуля за счет концентрации нейтронов вблизи ядерных плоскостей. Величина  $1/w_g$  характеризует степень этой концентрации ( $w_g = \Delta_g / |U_g|$  – безразмерный параметр отклонения от условия Брэгга). Спиновая зависимость волнового вектора в нецентросимметричном кристалле приводит к прецессии спина нейтрона вокруг направления  $\mu \mathbf{H}_g^S + D \mathbf{E}_g$ , причем угол поворота спина (перпендикулярного этому направлению) при прохождении расстояния  $L$  в кристалле равен

$$\varphi = 2\Delta k_\sigma L = \frac{1}{w_g} \frac{2\sqrt{(\mu H_g^S)^2 + (DE_g)^2}}{\hbar} \frac{L}{v}. \quad (1.27)$$

Здесь  $\Delta k_\sigma$  – зависящая от направления спина часть  $\Delta k$  в (1.26).

Величина  $\varphi$  (она обусловлена в основном швингеровским взаимодействием) имеет порядок  $0,5/w_g$  рад/см (при  $|w_g| > 1$ ) и практически не зависит от скорости нейтрона, поскольку швингеровское поле  $\mathbf{H}_g^S$  в (1.27) само пропорционально  $v$ . Вращение спина происходит в разные стороны в зависимости от знака  $w_g$ , то есть от того, больше или меньше угол  $\theta$  (между импульсом нейтрона и кристаллографической плоскостью) брэгговского угла  $\theta_B$ . Нейтроны при этом концентрируются либо на ядерных плоскостях, либо между ними и, следовательно, оказываются в электрических полях разного знака. Заметим, что величину  $\Delta_g$  можно переписать следующим образом:  $\Delta_g = -(\mathbf{k}\mathbf{g} + g^2/2) \equiv (\mathbf{k}_B - \mathbf{k})\mathbf{g}$ , где  $\mathbf{k}_B$  – волновой вектор, соответствующий точному брэгговскому направлению, то есть  $\mathbf{k}_B \mathbf{g} = -g^2/2$ , при заданной энергии  $\Delta_g = (\mathbf{k}_B - \mathbf{k})\mathbf{g} = k_B^2(\theta - \theta_B) \sin 2\theta_B$ , так что  $w_g$  можно представить в виде  $w_g = \Delta\theta/\gamma_B$ , где  $\Delta\theta = \theta - \theta_B$ ;  $\gamma_B = |U_g|/k_B^2 \sin 2\theta_B = 2|U_g| \operatorname{tg} \theta_B / g^2$  – так называемая угловая брэгговская полуширина. Для кристалла кварца (см. далее табл. 2.1) при  $\operatorname{tg} \theta_B \sim 1$  брэгговские ширины составляют от долей угловых секунд до секунд. Эти величины определяют необходимую степень приближения к брэгговскому направлению для падающих нейтронов, чтобы получить максимально возможный угол поворота спина.

## 1.4. Двухволновая дифракция

Динамическая теория дифракции была первоначально сформулирована для рентгеновских лучей в работах Дарвина, Эвальда и Лауэ (см., например, [63–65]). Бете была развита теория дифракции электронов (см. [56, 66]). Более поздняя работа Гольдбергера и Зейтца [67] стимулировала аналогичные исследования по динамической дифракции нейтронов (см. [57, 59]) и ее обобщение на случай сильной связи [68]. Ниже приводятся основные результаты динамической теории дифракции нейтронов в двухволновом приближении и дается ее обобщение на случай нецентросимметричных кристаллов.

Рассмотрим в кристалле систему кристаллографических плоскостей, характеризуемую вектором обратной решетки  $\mathbf{g}$ . Пусть нейтрон с энергией  $E$  и импульсом  $\hbar\mathbf{k}_0$  ( $E = \hbar^2 k_0^2 / 2m$ ) падает на кристалл в направлении, близком к брэгговскому для этой системы плоскостей. Тогда внутри кристалла амплитуда волны (с волновым вектором  $\mathbf{k} + \mathbf{g}$ ), отраженной этой системой плоскостей, может сравняться с амплитудой прямой волны (с волновым вектором  $\mathbf{k}$ ), поэтому задачу для этих двух волн следует решать точно. Вкладом волн, отраженных другими плоскостями, обычно можно пренебречь в силу малости угловых ширин или учесть по теории возмущений, за исключением специальных случаев, когда условие Брэгга одновременно выполняется для нескольких систем плоскостей (многоволновая дифракция).

Итак, ищем решение уравнения Шредингера внутри кристалла (с потенциалом данной системы плоскостей  $\mathbf{g}$ ) в виде суперпозиции:

$$\Psi = a_0 |\mathbf{k}\rangle + a_g |\mathbf{k}_g\rangle. \quad (1.28)$$

Здесь состояния  $|\mathbf{k}\rangle \equiv \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$ ,  $|\mathbf{k}_g\rangle \equiv \exp(i\mathbf{k}_g\mathbf{r})$  являются собственными для невозмущенного уравнения Шредингера, описывающего свободное распространение нейтронов (опять  $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$ ):

$$H |\mathbf{k}\rangle = E_k |\mathbf{k}\rangle, \quad H |\mathbf{k}_g\rangle = E_{k_g} |\mathbf{k}_g\rangle, \quad (1.29)$$

$$\text{где } E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad E_{k_g} = \frac{\hbar^2 k_g^2}{2m} = \frac{\hbar^2 (\mathbf{k} + \mathbf{g})^2}{2m}.$$

Как мы уже выяснили, матричные элементы  $V_{\pm g}$  (они же амплитуды гармоник периодического потенциала кристалла) связывают состояния  $|\mathbf{k}\rangle \equiv \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$  и  $|\mathbf{k}_g\rangle \equiv \exp(i\mathbf{k}_g\mathbf{r})$ , то есть вызывают переходы из  $|\mathbf{k}\rangle$  в  $|\mathbf{k}_g\rangle$ , и наоборот. Средний потенциал  $V_0$  – это диагональный матричный

элемент, описывающий рассеяние вперед, то есть переходы из  $|\mathbf{k}\rangle$  в  $|\mathbf{k}\rangle$  и из  $|\mathbf{k}_g\rangle$  в  $|\mathbf{k}_g\rangle$  соответственно.

С учетом сказанного, подставляя (1.28) в уравнение Шредингера с потенциалом

$$V(\mathbf{r}) = V_0 + V_g \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}) + V_{-g} \exp(-i\mathbf{g}\mathbf{r}),$$

для амплитуд  $a_{0,g}$  получим следующую систему уравнений:

$$\begin{pmatrix} E_k + V_0 & V_{-g} \\ V_g & E_{k_g} + V_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_g \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} a_0 \\ a_g \end{pmatrix}. \quad (1.30)$$

Условие разрешимости линейной однородной системы уравнений (секулярное уравнение; 1.30) есть

$$(E_k - \varepsilon)(E_{k_g} - \varepsilon) - V_g V_{-g} = 0. \quad (1.31)$$

Здесь  $\varepsilon = E - V_0$ . Поскольку полная энергия  $E$  нейтрона в кристалле равна энергии падающего нейтрона ( $E = \hbar^2 k_0^2 / 2m$ ), то уравнение (1.31) определяет значения волнового вектора  $\mathbf{k}$ , допустимые в кристалле. Деля его на величину  $\hbar^2 / 2m$  и вводя величину  $K^2 = 2m\varepsilon / \hbar^2 = k_0^2 - U_0$ , которая есть волновой вектор нейтрона в кристалле с учетом среднего потенциала (среднего коэффициента преломления), получим:

$$(k^2 - K^2) \left[ (\mathbf{k} + \mathbf{g})^2 - K^2 \right] = |U_g|^2. \quad (1.31')$$

Это уравнение описывает так называемую дисперсионную (изоэнергетическую) поверхность в пространстве волновых векторов (см. рис. 1.3).

При точном выполнении условия Брэгга ( $k^2 = |\mathbf{k} + \mathbf{g}|^2$ ) будем иметь

$$k^{(1,2)2} = K^2 \mp |U_g|. \quad (1.32)$$

Двум значениям волнового вектора соответствуют два набора амплитуд,  $a_0$  и  $a_g$ , которые определяют два типа нейтронных волн (собственных состояний нейтрона в кристалле). Из уравнений (1.30) при точном выполнении условия Брэгга находим:

$$\frac{a_g^{(1,2)}}{a_0^{(1,2)}} = -\frac{E_{k^{(1,2)}} - \varepsilon}{V_{-g}} = \pm \frac{|U_g|}{U_g} = \pm 1. \quad (1.33)$$

Здесь мы считаем, что начало координат выбрано в максимуме ядерного потенциала, и тем самым  $\phi_g \approx \phi_g^N = 0$ , то есть величина  $U_g$  вещественна.

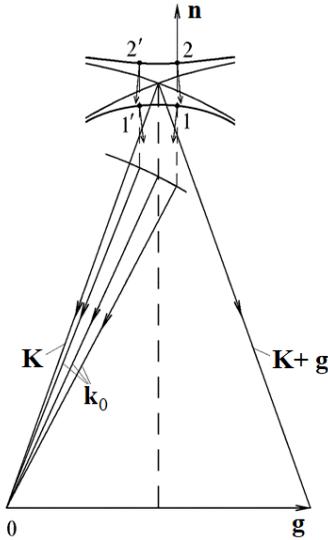


Рис. 1.3. Дисперсионная поверхность. При  $V_g = 0$  это – две окружности с одинаковыми радиусами, пропорциональными  $K$ . В точке пересечения (соответствующей вырождению состояний  $|\mathbf{k}\rangle$  и  $|\mathbf{k} + \mathbf{g}\rangle$ ) малое взаимодействие  $V_g$  приводит к расщеплению дисперсионной поверхности на две ветви. Вблизи выходной грани кристалла интерферируют волны, соответствующие точкам 1 и 2', а также 1' и 2. Стрелками указаны нормали к дисперсионной поверхности, определяющие направления плотности тока нейтронов,  $\mathbf{n}$  – нормаль к входной поверхности кристалла

Полученный результат соответствует хорошо известному явлению для двухуровневых систем: при пересечении двух уровней ( $E_k$  и  $E_{k_g}$ ) их волновые функции полностью перемешиваются, образуя симметричную и антисимметричную комбинации, а сами уровни отталкиваются на конечное расстояние (см. (1.32)).

Итак, из (1.33) следует, что в кристалле при точном выполнении условия Брэгга распространяются волны двух типов:

$$\psi^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ e^{i\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{r}} + e^{i(\mathbf{k}^{(1)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \right] = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\mathbf{g}\mathbf{r}}{2}\right) \exp\left[ i\left(\mathbf{k}^{(1)} + \frac{\mathbf{g}}{2}\right)\mathbf{r} \right], \quad (1.34)$$

$$\psi^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ e^{i\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{r}} - e^{i(\mathbf{k}^{(2)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \right] = i\sqrt{2} \sin\left(\frac{\mathbf{g}\mathbf{r}}{2}\right) \exp\left[ i\left(\mathbf{k}^{(2)} + \frac{\mathbf{g}}{2}\right)\mathbf{r} \right]. \quad (1.35)$$

Распространение происходит вдоль кристаллографических плоскостей с волновыми векторами  $\mathbf{k}_{\parallel}^{(1,2)} = \mathbf{k}^{(1,2)} + \mathbf{g}/2$ , причем нейтроны в состоянии  $\psi^{(1)}$  сконцентрированы преимущественно на ядерных плоскостях, а в состояниях  $\psi^{(2)}$  – между ними:

$$|\psi^{(1)}|^2 = 2 \cos^2(\mathbf{g}\mathbf{r}/2) = 1 + \cos(\mathbf{g}\mathbf{r}), \quad (1.36)$$

$$|\psi^{(2)}|^2 = 2 \sin^2(\mathbf{g}r/2) = 1 - \cos(\mathbf{g}r). \quad (1.37)$$

По этой причине нейтроны в состояниях (1) и (2) движутся в разных потенциалах и имеют разные кинетические энергии (то есть разные величины волновых векторов), что и отражает уравнение дисперсионной поверхности (1.32). В частности, при положительном  $V_g$ , что имеет место для большинства кристаллов, симметричное состояние движется в максимумах потенциала, поэтому кинетическая энергия нейтрона уменьшается, а антисимметричное – в минимумах потенциала, его кинетическая энергия увеличивается (см. знаки в (1.32)).

При падении нейтронов с заданной энергией и импульсом на кристалл в последнем могут возбуждаться волны обоих типов:

$$\psi = c_1 \psi^{(1)} + c_2 \psi^{(2)}. \quad (1.38)$$

Амплитуды возбуждения  $c_1$  и  $c_2$  определяются граничными условиями на входной грани кристалла [56]. Различают дифракцию на прохождение (по Лауэ) и на отражение (по Брэггу). Симметричные схемы дифракции по Лауэ (когда граница кристалла перпендикулярна плоскостям) и по Брэггу (когда граница кристалла параллельна отражающим плоскостям) изображены на рис. 1.4а, б.

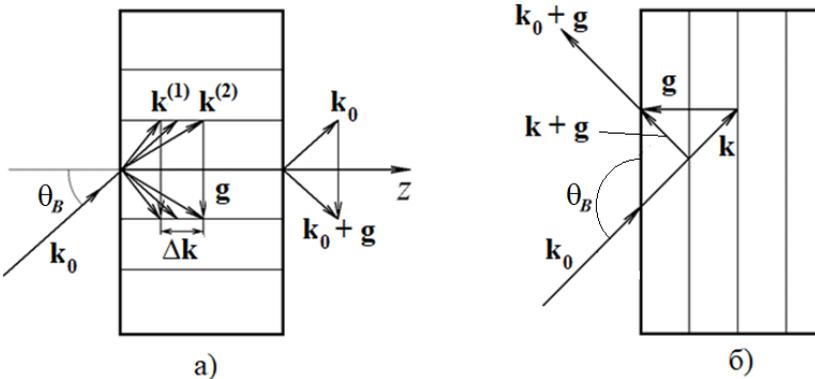


Рис. 1.4. Симметричные схемы дифракции: а – дифракция на прохождение (границы кристалла перпендикулярны отражающим плоскостям (симметричная схема Лауэ)); б – дифракция на отражение (входная грань кристалла параллельна плоскостям (симметричная схема Брэгга); в этом случае нейтроны проникают в кристалл на конечную глубину)

В дальнейшем будем рассматривать симметричный случай Лауэ (см. рис. 1.4а). В этом случае при точном выполнении условия Брэгга оба типа волн возбуждаются в кристалле с одинаковой амплитудой, то есть

$c^{(1)} = c^{(2)} = 1/\sqrt{2}$ , и волновую функцию нейтрона внутри кристалла можно представить в виде

$$\begin{aligned}\psi &= \frac{1}{2} \left( e^{i\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{r}} + e^{i(\mathbf{k}^{(1)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} + e^{i\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{r}} - e^{i(\mathbf{k}^{(2)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \right) = \\ &= \cos\left(\frac{\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{z}}{2}\right) e^{i\mathbf{K}\mathbf{r}} + i \sin\left(\frac{\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{z}}{2}\right) e^{i(\mathbf{K}+\mathbf{g})\mathbf{r}}.\end{aligned}\quad (1.39)$$

Здесь  $\mathbf{K} = (\mathbf{k}^{(1)} + \mathbf{k}^{(2)})/2$ , ось  $z$  направлена параллельно кристаллографическим плоскостям (перпендикулярно границе кристалла), и учтено, что вектор  $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}^{(2)} - \mathbf{k}^{(1)}$  направлен по оси  $z$ , поскольку на границе кристалла может передаваться импульс, только перпендикулярный этой границе. По этой причине все волновые векторы внутри кристалла могут отличаться от волнового вектора  $\mathbf{k}_0$  падающего нейтрона лишь параллельными оси  $z$  компонентами и еще на вектор обратной решетки  $\mathbf{g}$ . Действительно, при пересечении границы кристалла нейтрон оказывается в сильном градиенте потенциала, направленном перпендикулярно границе (по оси  $z$ ), при положительном потенциале кристалла на него будет действовать тормозящая сила в течение времени  $\Delta t$  пересечения границы толщиной  $\Delta z$ , которая приведет к изменению нормальной к границе компоненты импульса на величину  $\Delta p_z$ :

$$\Delta p_z = F \Delta t = -\frac{\Delta V}{\Delta z} \Delta t = -\frac{\Delta V}{v_{\parallel}},$$

где  $\Delta V$  – скачок потенциала при пересечении границы,  $v_{\parallel} = v_z = v \cos \theta_B$  – компонента скорости нейтрона вдоль оси  $z$ . Поскольку нейтроны в состояниях (1) и (2) концентрируются на плоскостях и между ними, то для них скачок потенциала разный,  $\Delta V^{(1, 2)} = V_0 \pm V_g$ , поэтому и разное изменение импульса:

$$\Delta p_z^{(1,2)} = -\frac{V_0 \pm V_g}{v_{\parallel}},$$

что приводит к слегка отличающимся волновым векторам нейтрона в разных состояниях внутри кристалла, причем

$$\Delta k_z = |\mathbf{k}^{(2)} - \mathbf{k}^{(1)}| = \frac{\Delta p_z^{(2)} - \Delta p_z^{(1)}}{\hbar} = \frac{2V_g}{\hbar v_{\parallel}}.$$

Это отличие в точности совпадает с полученным из уравнения дисперсионной поверхности, см. ниже формулу (1.41). На рис. 1.5 представлено распространение нейтронов в кристалле при дифракции по Лауэ.

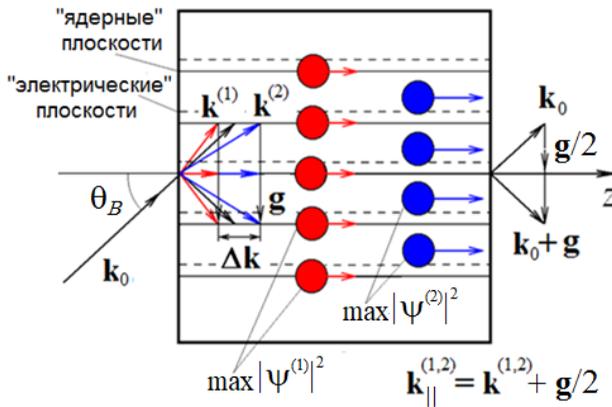


Рис. 1.5. Распространение нейтронов в кристалле при дифракции по Лауэ. Красными кружками изображены области максимальной концентрации нейтронов на «ядерных» плоскостях, синими – между ними, соответственно, в состояниях  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$ . Поэтому нейтроны в этих состояниях, двигаясь вдоль кристаллографических плоскостей, имеют

разные кинетические энергии и, соответственно, разные волновые векторы –  $\mathbf{k}^{(1)}$  и  $\mathbf{k}^{(2)}$ . Кроме того, нейтроны в состояниях  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$  движутся в противоположных электрических полях. За счет швингеровского взаимодействия это приводит к зависимости волновых векторов  $\mathbf{k}^{(1)}$  и  $\mathbf{k}^{(2)}$  от направления спина нейтрона, причем если при перевороте спина нейтрона один из векторов увеличивается, то другой – уменьшается. Это, в свою очередь, ведет к изменению фазы маятниковой картины при перевороте спина нейтрона, см. выражение (1.42)

Биения волн разного типа с разными волновыми векторами приводят к периодической по глубине кристалла «перекачке» интенсивности нейтронов из прямого пучка в отраженный, и наоборот, см. (1.39). Это явление называется маятниковым эффектом (Pendellösung, букв. с нем. маятниковое решение).

Если выходная граница кристалла параллельна входной, то нейтроны в разных состояниях при выходе из кристалла ускорятся ровно на те же величины, на которые они замедлились на входной грани (см. рис. 1.4a), так что волновая функция нейтрона при выходе из кристалла толщиной  $L$  будет иметь вид

$$\psi_{out} = \cos\left(\frac{\Delta k \cdot L}{2}\right) e^{i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}} + i \sin\left(\frac{\Delta k \cdot L}{2}\right) e^{i(\mathbf{k}_0 + \mathbf{g}) \mathbf{r}}.$$

Таким образом, маятниковый эффект приводит к осцилляциям интенсивности прямого и отраженного нейтронных пучков, прошедших через кристалл, в зависимости от величины маятниковой фазы  $\phi$ :

$$I_{0, g} = (1 \pm \cos\phi)/2, \quad (1.40)$$

где  $\phi = \Delta k L$ . Величина  $\Delta k = |\Delta \mathbf{k}| = |\mathbf{k}^{(2)} - \mathbf{k}^{(1)}|$  определяется из уравнения дисперсионной поверхности (1.32):

$$k^{(2)2} - k^{(1)2} = 2\mathbf{K}\Delta\mathbf{k} = 2K|\Delta\mathbf{k}|\cos\theta_B = 2|U_g|.$$

Откуда

$$\Delta k \equiv \frac{2\pi}{\xi_g} = \frac{|U_g|}{K \cos\theta_B} = \frac{2m|V_g|}{\hbar^2 K \cos\theta_B} \approx k_0 \frac{|V_g|}{E \cos\theta_B} = \frac{2|V_g|}{\hbar v_{\parallel}} = \frac{2|V_g| \operatorname{tg}\theta_B}{\hbar v_{\perp}}. \quad (1.41)$$

Здесь  $v_{\parallel} = \hbar K \cos\theta_B / m = \hbar|\mathbf{K} + \mathbf{g} / 2|$  – средняя скорость нейтрона в кристалле вдоль кристаллографических плоскостей, «поперечная» скорость  $v_{\perp} = \hbar g / 2m = \pi\hbar / md$  определяется компонентой импульса нейтрона, перпендикулярной плоскостям, то есть параллельной вектору обратной решетки. Величина

$$\xi_g = \frac{2\pi K \cos\theta_B}{|U_g|} = \frac{2\pi k_{0\parallel}}{|U_g|} = \frac{2\pi}{k_0} \frac{E \cos\theta_B}{|V_g|} = \frac{\pi\hbar v_{\parallel}}{|V_g|} = \lambda \frac{E \cos\theta_B}{|V_g|} \quad (1.42)$$

называется экстинкционной длиной, она определяет пространственный период осцилляций интенсивности в кристалле, то есть период «перекачки» интенсивности из прямой волны в отраженную и обратно при точном выполнении условия Брэгга. Поскольку длины волн  $\lambda$  тепловых и холодных нейтронов составляют единицы ангстрем, а величины  $E/|V_g|$  имеют типичные значения  $10^5$ – $10^6$ , то экстинкционные длины лежат в пределах от десятков до сотен микрон. Точно так же из (1.41) следует, что волновой вектор нейтрона при входе в кристалл меняется очень мало: на величину  $\sim 10^{-5}$ – $10^{-6}$  от самого вектора.

Наблюдать осцилляции<sup>2</sup> интенсивностей прямой и отраженной нейтронных волн при заданной толщине кристалла можно, например, изменяя угол Брэгга (и тем самым длину волны нейтрона).

Фаза маятниковой картины для нецентросимметричного кристалла зависит от ориентации спина нейтрона (см. выражения (1.17) и (1.18)). Если спин нейтрона сориентировать параллельно швингеровскому полю  $\mathbf{H}_g^S$ , то его переворот приведет к изменению маятниковой фазы  $\Delta\varphi^S$ , равному

$$\Delta\varphi^S = \frac{4\mu H_g^S L}{\hbar v_{\parallel}} = g_n \frac{eE_g L}{m_p c^2} \quad (1.43)$$

---

<sup>2</sup> Впервые маятниковая картина при дифракции нейтронов в кристалле кремния наблюдалась Шаллом [69, 70].

и соответствующему изменению интенсивностей как отраженного, так и прямого пучков. Здесь использовано  $\mu = g_n \mu_N / 2 = g_n e \hbar / 4 m_p c$ , где  $m_p$  – масса протона, и  $H_g^S = E_g v_{\parallel} / c$ , поскольку  $\mathbf{E}_g \perp \mathbf{v}_{\parallel}$ .

Заметим, что фазовый сдвиг (1.43), обусловленный швингеровским взаимодействием, определяется лишь свойствами кристалла (толщиной и величиной электрического поля), фундаментальными константами и величиной  $g$ -фактора нейтрона  $g_n$ . Он никак не зависит от других свойств нейтрона (его энергии, направления и т. п.). Это важное обстоятельство можно, в принципе, использовать при измерении ЭДМ нейтрона для исключения ложного эффекта, связанного со швингеровским взаимодействием.

Именно это изменение фазы маятниковых осцилляций было измерено в работах [44, 45], и по нему определена величина электрического поля  $E_g$  для системы плоскостей (110) кристалла  $\alpha$ -кварца. Соответствующий экспериментальный результат (подробнее см. ниже):

$$\left| \Delta \phi_{110}^{\text{exp}} \right| = (34,3 \pm 5,1)^{\circ},$$

откуда следует:

$$E_{110}^{\text{exp}} = (1,8 \pm 0,2) \cdot 10^8 \text{ В/см.}$$

Из выражений (1.9), (1.34) и (1.35) нетрудно видеть, что  $E_g$  есть средняя величина электрического поля в состояниях  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$ , причем  $\langle \psi^{(1)} | \mathbf{E} | \psi^{(1)} \rangle = -\langle \psi^{(2)} | \mathbf{E} | \psi^{(2)} \rangle \equiv \mathbf{E}_g$ .

### 1.5. Эффекты, связанные с вращением спина $S = 1/2$ при дифракции нейтрона в нецентросимметричном кристалле

Отвлекаясь пока от взаимодействия ЭДМ нейтрона с электрическим полем, интенсивности  $I_g^{\pm}$  отраженного пучка для двух направлений спина (по полю  $\mathbf{H}_g^S$  и против него) можно записать в виде (см. (1.40))

$$I_g^{\pm} = \sin^2 \left( \frac{\phi_0 \pm \Delta \phi_0^S}{2} \right) \equiv \sin^2 \left( \frac{\phi^{\pm}}{2} \right), \quad (1.44)$$

где  $\Delta \phi^S \equiv \Delta \phi^S / 2$ , см. (1.43). Если теперь спин нейтрона направить под углом  $\Theta$  к направлению  $\mathbf{H}_g^S$  (оси квантования, выбранной за полярную ось), то, суммируя по проекциям спина «+» и «-», будем иметь

$$I_g^{\uparrow} = \cos^2 \frac{\Theta}{2} \sin^2 \frac{\phi^+}{2} + \sin^2 \frac{\Theta}{2} \sin^2 \frac{\phi^-}{2} \quad (1.45)$$

и (учитывая, что переворот спина в этом случае означает замену  $\Theta \rightarrow \pi - \Theta$ )

$$I_g^\downarrow = \sin^2 \frac{\Theta}{2} \sin^2 \frac{\phi^+}{2} + \cos^2 \frac{\Theta}{2} \sin^2 \frac{\phi^-}{2}. \quad (1.46)$$

Эти выражения можно объединить:

$$\begin{aligned} I_g^{\uparrow\downarrow} &= \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \phi_0 \cos \Delta\phi_0^S \mp \cos \Theta \sin \phi_0 \sin \Delta\phi_0^S \right) \equiv \\ &\equiv \frac{1}{2} \left( 1 - K_\Theta \cos \phi^{\uparrow\downarrow} \right). \end{aligned} \quad (1.47)$$

Здесь  $K_\Theta$  и  $\phi^{\uparrow\downarrow}$  – контраст и фазы маятниковых картин для нейтронов с противоположно направленными спинами (под углом  $\Theta$  к  $\mathbf{H}_g^S$ ):

$$\begin{aligned} K_\Theta &= \sqrt{1 + \cos^2 \Theta \operatorname{tg}^2 \Delta\phi_0^S}, \\ \phi^{\uparrow\downarrow} &= \phi_0 \pm \Delta\phi_\Theta^S, \end{aligned} \quad (1.48)$$

где

$$\Delta\phi_\Theta^S = \operatorname{arctg} \left( \cos \Theta \operatorname{tg} \Delta\phi_0^S \right). \quad (1.49)$$

Таким образом, изменение фазы маятниковой картины и, соответственно, интенсивности отраженного пучка при перевороте спина, направленного под углом  $\Theta$  к  $\mathbf{H}_g^S$ , имеют вид

$$\Delta\varphi^S(\Theta) = 2\Delta\phi_\Theta^S \quad (1.50)$$

и

$$\Delta I_g = I_g^\downarrow - I_g^\uparrow = \cos \Theta \sin \phi_0 \sin \Delta\phi_0^S = 2 \left[ \sin^2 \frac{\phi^-}{2} - \sin^2 \frac{\phi^+}{2} \right] \cos \Theta. \quad (1.51)$$

При  $\Theta = 0$  формулы (1.47), (1.51) с учетом (1.49), (1.50) переходят в (1.40) и (1.44). Величина  $\Delta\varphi^S(\Theta)$  измерена в работе [71], см. ниже.

При  $\Theta = \pi/2$ , то есть когда спин перпендикулярен направлению  $\mathbf{H}_g^S$ , зависимость интенсивности от направления спина исчезает, и период осцилляций будет определяться только ядерным потенциалом:

$$I_g = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \phi_0 \cos \Delta\phi_0^S \right). \quad (1.52)$$

Точно такая же формула получится при усреднении (1.47) по углу  $\Theta$ , то есть для неполяризованного пучка.

Обратим внимание на важную особенность формулы (1.52). Даже для неполяризованных нейтронов наличие электрического поля в нецентросимметричном кристалле приводит к зависимости контраста маятниковой картины от величины  $\Delta\phi_0^S$ . В частности, при толщине кристалла  $L_0$  такой, что  $\Delta\phi_0^S = \pi/2$ , контраст (то есть маятниковый эффект) исчезает для неполяризованных нейтронов и для нейтронов, поляризованных перпендикулярно швингеровскому полю  $\mathbf{H}_g^S$  (в последнем случае контраст восстанавливается при повороте спина на угол  $\pi/2$ ). При этом интенсивности прямой и отраженной волн становятся равными  $1/2$  и не зависят от длины волны нейтрона (и, соответственно, от угла Брэгга). Толщина  $L_0$  равна

$$L_0 = \frac{\pi m_p c^2}{g_n e E_g}. \quad (1.53)$$

Так, например, для системы плоскостей (110)  $\alpha$ -кварца  $L_0 = 3,5$  см. Явление исчезновения маятниковой картины имеет простой физический смысл. Нейтроны в состояниях (1) и (2) находятся под воздействием противоположных магнитных полей. Поэтому спины в этих состояниях вращаются в разные стороны и поворачиваются на углы  $\pm\Delta\phi_0^S$  соответственно. При  $\Delta\phi_0^S = \pi/2$  спины в состояниях (1) и (2) становятся антипараллельными, так что состояния перестают интерферировать. Это и приводит к исчезновению маятниковой картины. При увеличении толщины кристалла в два раза спины нейтрона в каждом состоянии повернутся на угол  $\pi$ , то есть их относительный поворот составит угол  $2\pi$ , и спины снова станут параллельными. Для частиц со спином  $1/2$  это приведет к деструктивной интерференции состояний (1) и (2), что отразится в изменении знака перед  $\cos\phi_0$  в (1.52). Заметим, что две электромагнитные волны, например, в оптическом интерферометре, интерферировали бы так при угле между поляризациями, равном  $\pi$ , то есть когда поляризации антипараллельны, а отсутствие интерференции имело бы место для взаимно перпендикулярных поляризаций. Только при толщине кристалла, соответствующей относительному повороту спинов на угол  $4\pi$  (то есть когда один спин совершит два полных оборота относительно другого), опять возникнет конструктивная интерференция, и формула (1.52) переходит в себя. Наблюдать деструктивную интерференцию можно, например, по существенному изменению интенсивности при повороте спина падающих на кристалл нейтронов на угол  $\pi/2$  за счет значительной разности маятниковых фаз (почти равной  $\pi$ ) для двух поляризаций нейтронного пучка

(соответственно по швингеровскому полю и перпендикулярно ему). В работах [72, 73] вопросы, связанные со спинорной структурой нейтронной волновой функции, экспериментально исследовались на нейтронном интерферометре, в одном плече которого происходил поворот спина на различные углы во внешнем изменяемом магнитном поле.

### 1.6. Эксперимент по изучению сдвига фаз маятниковой картины в нецентросимметричном кристалле

Схема установки, расположенной на пучке одного из горизонтальных каналов реактора ВВР-М, на которой проводились измерения, приведена на рис. 1.6. Поляризованный пучок нейтронов (с поляризацией  $P = 0,75-0,80$  и длиной волны  $\lambda = 1,8-2,2 \text{ \AA}$ ) падает под углом Брэгга на кристалл естественного кварца с отражающими плоскостями  $(11\bar{2}0)$ , нормальными входной и выходной гранями (дифракция по Лауэ).

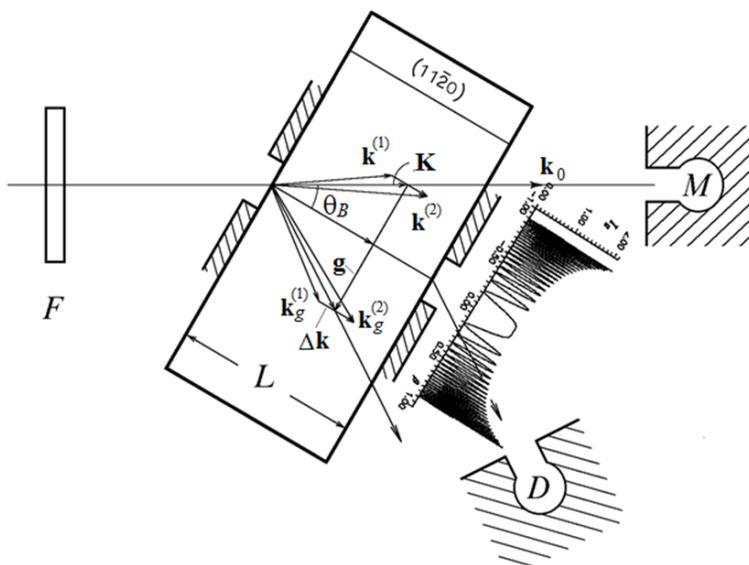


Рис. 1.6. Схема эксперимента:  $F$  – флиппер;  $D$  – детектор нейтронов;  $M$  – монитор пучка. Размер щелей на входной и выходной гранях кристалла выбран равным ширине центрального максимума в распределении интенсивности отраженных нейтронов по выходной грани (см. далее рис. 2.2, 2.3)

Были вырезаны две пластины с толщинами  $L_1 = 0,80$  см и  $L_2 = 1,14$  см. Размер пучка на входной грани –  $0,06 \times 1,6$  см<sup>2</sup>. Выходная щель (шириной 0,06 см) располагалась точно посередине «палатки» Бормана, так что детектор регистрировал нейтроны, для которых условие Брэгга выполнялось с хорошей точностью. Качество кристаллов тестировалось при помощи  $\gamma$ -дифракционного метода [74]. Для вырезанных пластин получена величина эффективной мозаики  $\omega_{\text{eff}} = 0,1'' - 0,2''$ .

Типичные экспериментальные маятниковые кривые (зависимость интенсивности дифрагированного пучка от брэгговского угла  $\theta_B$ ) показаны на рис. 1.7. Они получены изменением брэгговского угла в  $(\theta_B - 2\theta_B)$ -сканировании (то есть поворотом кристалла на некоторый угол и соответствующим перемещением детектора, таким, чтобы ось «кристалл – детектор» повернулась на удвоенный угол). По оси абсцисс отложены значения  $\theta_B$  в условных единицах (1 усл. ед. соответствует  $10''$ ). По оси ординат даны полные интенсивности  $N$  (включая фон) при экспозиции 2 500 с на точку. Две маятниковые картины соответствуют противоположным поляризациям  $N_{\downarrow}$  и  $N_{\uparrow}$ . Токовый флиппер  $F$  переключает знак поляризации после каждого измерения.

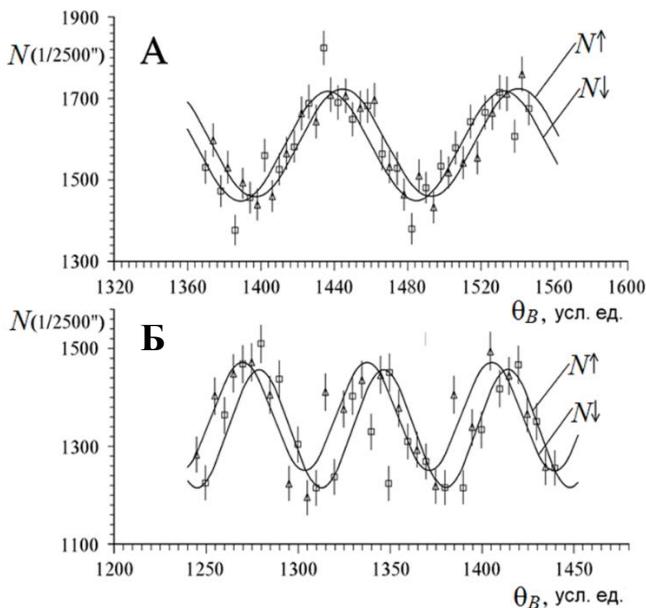


Рис. 1.7. Экспериментальные маятниковые кривые для двух противоположных направлений поляризации нейтрона,  $N_{\uparrow}$  и  $N_{\downarrow}$ . Кристалл  $\alpha$ -кварца толщиной  $L_1 = 0,80$  см (А),  $L_2 = 1,14$  см (Б), рабочая система плоскостей (110). Одна условная единица соответствует изменению угла Брэгга на  $10''$ . Представлено около 1/4 накопленной статистики

Результаты измерений представлены в табл. 1.3. В первом столбце даны экспериментальные сдвиги фаз  $\Delta\varphi_P = \varphi_P(N\uparrow) - \varphi_P(N\downarrow)$  для различных положений кристалла (см. столбец примечаний). Если кристалл повернуть на  $180^\circ$  вокруг нормали к входной грани, должен измениться знак  $\Delta\varphi_P$ . Эксперимент подтвердил это (2-я и 6-я строки табл. 1.3). Во втором столбце приведены значения  $\Delta\varphi_{\text{норм}}$ , нормированные на полностью поляризованный пучок  $P = 1$ .

Таблица 1.3

Экспериментальные величины сдвига фаз маятниковой картины

$\Delta\varphi_P$	$\Delta\varphi_{\text{норм}} (P = 1)$	Примечания
$L_1 = 0,80$ см		
$(+27,0 \pm 7,1)^\circ$	$(+36,0 \pm 9,5)^\circ$	$P = 0,75 \pm 0,05$
$(-25,1 \pm 5,2)^\circ$	$(-33,5 \pm 6,9)^\circ$	$P = 0,75 \pm 0,05$ Кристалл повернут на $180^\circ$ относительно нормали к большой грани
$(+26,8 \pm 9,5)^\circ$	$(+34 \pm 12)^\circ$	$P = 0,80 \pm 0,05$ Кристалл возвращен в исходное положение
$(+0,7 \pm 6,5)^\circ$	—	$P = 0$ Контрольный опыт с шимом
$L_2 = 1,14$ см		
$(+28,2 \pm 6,2)^\circ$	$(+35,3 \pm 7,8)^\circ$	$P = 0,80 \pm 0,05$
$(-45,6 \pm 6,1)^\circ$	$(-57,0 \pm 7,6)^\circ$	$P = 0,80 \pm 0,05$ Кристалл повернут на $180^\circ$ относительно нормали к большой грани

Средние величины  $|\Delta\varphi_{110}^{\text{exp}}|$  и среднеквадратичные погрешности для двух кристаллов равны

$$|\Delta\varphi_{110}^{\text{exp}}|_{L_1} = (34,3 \pm 5,1)^\circ$$

и

$$|\Delta\varphi_{110}^{\text{exp}}|_{L_2} = (46 \pm 11)^\circ,$$

откуда, используя (1.42), находим:

$$E_{110}^{\text{exp}}(L_1) = (1,8 \pm 0,3) \cdot 10^8 \text{ В/см}$$

и

$$E_{110}^{\text{exp}}(L_2) = (1,7 \pm 0,4) \cdot 10^8 \text{ В/см.}$$

Окончательный результат по этим двум пластинам кварца такой:

$$E_{110}^{\text{exp}} = (1,8 \pm 0,2) \cdot 10^8 \text{ В/см.} \quad (1.54)$$

На этой же установке (рис. 1.6) на пластине толщиной  $L_2 = 1,14$  см были дополнительно проведены измерения при трех ориентациях спина нейтрона:  $\Theta = (0, 45 \text{ и } 90)^\circ$ . Пучок поляризованных нейтронов ( $P = 0,8$  при  $\lambda \approx 2 \text{ \AA}$ ) также дифрагировал по Лауэ на плоскостях (110) естественного кварца, нормальных входной и выходной граням пластины. Переворот спина осуществлялся при каждом значении угла Брэгга  $\theta_B$ . На рис. 1.8А–В показаны маятниковые картины, соответствующие противоположным направлениям спина  $N\uparrow$  и  $N\downarrow$  при  $\Theta = (0, 45 \text{ и } 90)^\circ$ . Эти ориентации соответствуют максимальному ( $\Theta = 0^\circ$ ), нулевому ( $\Theta = 90^\circ$ ) и промежуточному ( $\Theta = 45^\circ$ ) ожидаемым сдвигам фазы маятниковой картины при перевороте спина нейтрона.

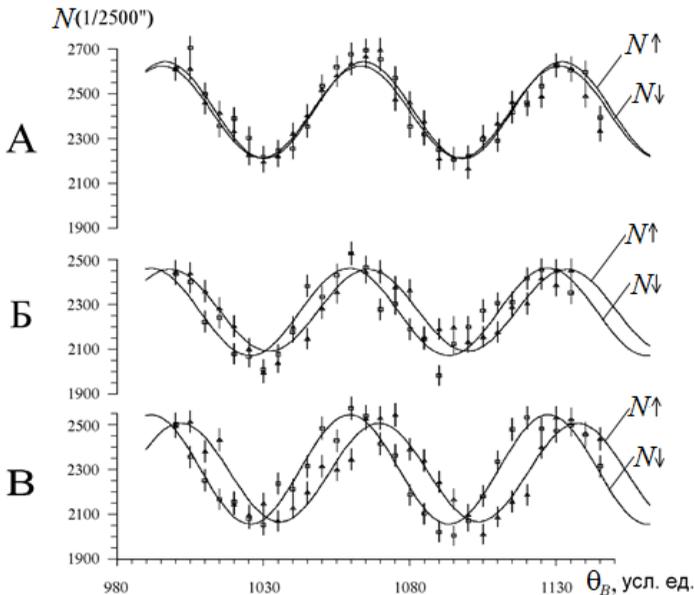


Рис. 1.8. Экспериментальные маятниковые кривые для двух противоположных направлений спина нейтрона,  $N\uparrow$  и  $N\downarrow$ , при разных ориентациях спина относительно направления свингеровского магнитного поля в кристалле (угол  $\Theta$ ):  
 А –  $\Theta = 90^\circ$ ; Б –  $\Theta = 45^\circ$ ; В –  $\Theta = 0^\circ$

Результаты измерений представлены в табл. 1.4 и на рис. 1.9. В первом столбце даны углы  $\Theta$ , во втором – экспериментальные сдвиги фаз  $\Delta\varphi_P = \varphi_P(N\uparrow) - \varphi_P(N\downarrow)$ . В третьем столбце приведены значения  $\Delta\varphi$ , нормированные на  $P = 1$ .

Таблица 1.4

**Экспериментальные величины сдвига фаз маятниковой картины  $\Delta\varphi(\Theta)$  при разных ориентациях спина относительно направления швингеровского магнитного поля в кристалле (угол  $\Theta$ )**

Угол $\Theta$ , °	$\Delta\varphi_{P_{\text{exp}}}^{\circ}$	$\Delta\varphi_{P=1}^{\circ}$
0	$47,5 \pm 3,2$	$59,4 \pm 4,0$
45	$35,0 \pm 5,3$	$43,7 \pm 6,6$
90	$-1,1 \pm 5,3$	$-1,4 \pm 6,6$

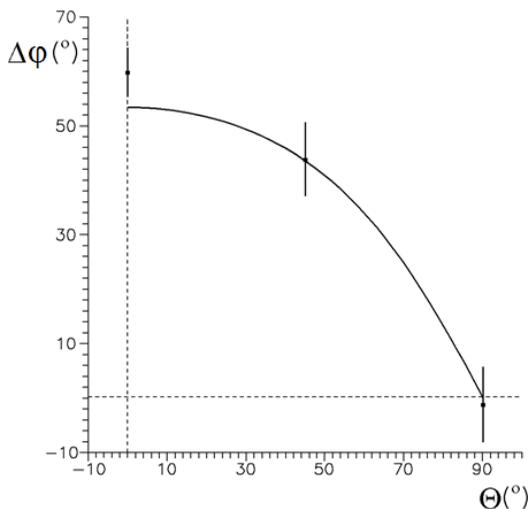


Рис. 1.9. Величина сдвига фазы маятниковой картины  $\Delta\varphi(\Theta)$  при перевороте спина дифрагирующих нейтронов в зависимости от ориентации спина относительно направления электрического поля в кристалле. Кривая соответствует расчетному значению  $E_{110} = 2,03 \cdot 10^8$  В/см, вычисленному из табличных характеристик кварца

Измеренные сдвиги  $\Delta\varphi$  позволяют определить экспериментальную величину электрического поля, воздействующего на дифрагирующий нейтрон в кварце:

$$\bar{E}_{110} = (2,27 \pm 0,15) \cdot 10^8 \text{ В/см.}$$

С учетом предыдущего результата (1.54) окончательное усредненное экспериментальное значение таково:

$$\bar{E}_{110} = (2,1 \pm 0,12(0,23)) \cdot 10^8 \text{ В/см.} \quad (1.55)$$

В скобках указана внешняя средняя квадратичная ошибка, вычисленная из разброса результатов отдельных измерений.

Полученная экспериментальная величина (1.54) находится в хорошем согласии с приведенным выше теоретическим значением электрического поля (см. табл. 1.1).

Кривая на рис. 1.9 соответствует расчетному значению  $E_{110} = 2,03 \cdot 10^8$  В/см, вычисленному из табличных характеристик кварца. Как видно из рисунка, расчет правильно описывает величину и зависимость эффекта от ориентации спина нейтрона (угол  $\Theta$ ).

Заметим, что измеренное нулевое смещение маятниковой фазы при перевороте спина в направлении, параллельном электрическому полю (рис. 1.8А), можно трактовать как предварительное грубое измерение ЭДМ, свидетельствующее об отсутствии ЭДМ на уровне  $\sim 10^{-20} e \cdot \text{см}$ .

### 1.7. Основные уравнения динамической дифракции

В данном разделе будет дан более формальный вывод использованных выше уравнений исходя из решения уравнения Шредингера для нейтрона в кристалле.

Пусть нейтроны падают на кристалл через плоскую границу,  $\mathbf{n}$  – нормаль к этой границе, направленная внутрь кристалла (рис. 1.10).

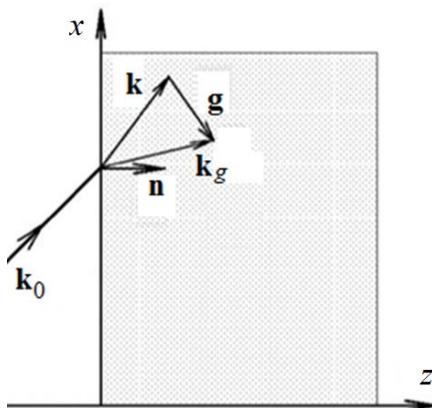


Рис. 1.10. Падение нейтрона на кристалл через плоскую границу. Здесь  $\mathbf{k}_0$  – волновой вектор падающего из вакуума на кристалл нейтрона,  $\mathbf{k}$  – волновой вектор нейтрона внутри кристалла,  $\mathbf{g}$  – вектор обратной решетки,  $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$  – волновой вектор нейтрона, отраженного системой плоскостей  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{n}$  – единичный вектор нормали к границе кристалла

Если начало координат поместить в плоскость границы кристалла, то ее уравнение будет иметь вид  $(\mathbf{n}\mathbf{r}) = 0$ . Волновая функция нейтрона в вакууме имеет вид

$$\psi_i = e^{ik_0\mathbf{r}}, \quad (1.56)$$

где величина волнового вектора определяется энергией нейтрона:

$$k_0 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}. \quad (1.57)$$

Волновая функция нейтрона внутри кристалла будет удовлетворять уравнению Шредингера:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right) \psi = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} \psi, \quad (1.58)$$

где  $V(\mathbf{r})$  – потенциал кристалла (см. (1.2)):

$$V(\mathbf{r}) = \sum_g V_g e^{ig\mathbf{r}} = V_0 + \sum_{g>0} 2v_g \cos(\mathbf{g}\mathbf{r} + \phi_g).$$

Поделив уравнение Шредингера (1.58) на  $2m / \hbar^2 k_0^2$ , перепишем его в безразмерном виде:

$$\frac{1}{k_0^2} \nabla^2 \psi + \left[ 1 - \frac{2mV(\mathbf{r})}{\hbar^2 k_0^2} \right] \psi = 0, \quad (1.59)$$

где

$$\frac{2mV(\mathbf{r})}{\hbar^2 k_0^2} = \mathcal{V}(\mathbf{r}) = \sum_g \mathcal{V}_g e^{ig\mathbf{r}}. \quad (1.60)$$

Здесь курсивное  $\mathcal{V}(\mathbf{r})$  есть относительный потенциал кристалла, отнесенный к начальной (она же и полная) энергии нейтрона,  $\mathcal{V}_g$  – амплитуды его гармоник.

Поскольку каждая система кристаллографических плоскостей передает нейтрону свой импульс  $\hbar\mathbf{g}$ , то волновая функция нейтрона внутри кристалла будет представляться суперпозицией прямой волны и волн, отраженных всевозможными системами кристаллографических плоскостей (так называемое разложение волновой функции по векторам обратной решетки). Таким образом, ищем решение в виде

$$\psi = \sum_{g'} a_{g'} e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{g}')\mathbf{r}}, \quad (1.61)$$

где  $\mathbf{k}$  – волновой вектор нейтрона внутри кристалла (см. рис. (1.10)), и подставляем его в уравнение (1.59). В результате:

$$\sum_{g'} \left[ 1 - \frac{(\mathbf{k} + \mathbf{g}')^2}{k_0^2} \right] a_{g'} e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{g}')\mathbf{r}} - \sum_{g'g} \mathcal{V}'_{g'} a_g e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{g}' + \mathbf{g})\mathbf{r}} = 0.$$

Переход к суммированию по  $\mathbf{g}' + \mathbf{g} = \mathbf{g}''$  во втором слагаемом и замена  $\mathbf{g}' = \mathbf{g}'' - \mathbf{g}$  приводит к следующей системе уравнений для амплитуд  $a_g$ :

$$\left[ 1 - \frac{(\mathbf{k} + \mathbf{g})^2}{k_0^2} \right] a_g - \sum_{g'} \mathcal{V}'_{g'} a_{g-g'} = 0. \quad (1.62)$$

Это – основные уравнения динамической дифракции. Условия разрешимости данной системы линейных однородных уравнений и граничные условия определяют набор допустимых в кристалле волновых векторов  $\mathbf{k}$ , с которыми нейтронная волна с заданной энергией может распространяться в кристалле.

Амплитуда отраженной волны  $a_g$  не мала, когда коэффициент при ней в уравнении (1.62) близок к нулю (то есть вблизи условия Брэгга). С другой стороны, близость к условию Брэгга означает близость энергий состояний с волновыми векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k} + \mathbf{g}$ , что приводит к сильному перемешиванию уровней, а это и означает появление сильной отраженной волны.

На самом деле в практически важных случаях бесконечная система уравнений (1.62) сводится всего лишь к нескольким уравнениям, которые описывают «прямую» волну, распространяющуюся в направлении, близком к первоначальному, и несколько отраженных волн, распространяющихся в кристалле. Приведем наиболее важные примеры.

### 1.7.1. Нейтронная оптика (одноволновое приближение)

Если направление падающего на кристалл нейтрона не совпадает с брэгговским ни для одной из систем плоскостей, то в кристалле, как следует из уравнений (1.62), существенна только одна – прямая волна. В таком (одноволновом) приближении эта система уравнений сводится к одному однородному уравнению для амплитуды этой волны:

$$\left[ 1 - \frac{k^2}{k_0^2} - \mathcal{V}'_0 \right] a_0 = 0.$$

Условие его разрешимости определяет допустимую в кристалле величину волнового вектора нейтрона  $k$ , то есть, другими словами, величину среднего коэффициента преломления  $n$  кристалла для нейтронов:

$$1 - \frac{k^2}{k_0^2} - \mathcal{V}'_0 = 0.$$

Таким образом, коэффициент преломления определяется средним потенциалом кристалла, или структурной амплитудой рассеяния вперед (с передачей нулевого импульса,  $\mathbf{g} = 0$ ):

$$n^2 \equiv \frac{k^2}{k_0^2} = 1 - \mathcal{V}'_0 = 1 + \frac{4\pi N_c}{k_0^2} F_0 = 1 - \frac{4\pi}{k_0^2} \sum_i N_i a_i,$$

так как в случае чисто ядерного рассеяния (см. (1.3)–(1.5))

$$F_0 = \sum_i f_i(0), \quad f_i(0) = -a_i.$$

Поскольку амплитуды рассеяния вперед складываются всегда когерентно, одноволновое приближение, учитывающее только взаимодействие нейтрона со средним потенциалом вещества, описывает нейтронную оптику как в аморфной среде, так и в кристалле.

Влияние кристаллической структуры на распространение нейтрона в направлениях, далеких от брэгговских, можно оценить по теории возмущений.

Действительно, перепишем основные уравнения (1.61) в виде

$$\left[ k^2 - (\mathbf{k} + \mathbf{g})^2 \right] a_g - k_0^2 \mathcal{V}'_0 a_g - \sum_{g' \neq 0} k_0^2 \mathcal{V}'_{g'} a_{g-g'} = 0.$$

Здесь мы умножили обе части (1.61) на  $k_0^2$  и выделили из суммы слагаемое с  $g' = 0$ . В результате получаем:

$$\left[ k^2 - (\mathbf{k} + \mathbf{g})^2 \right] a_g - \sum_{g' \neq 0} U_{g'} a_{g-g'} = 0,$$

где  $k^2 = k_0^2 (1 - \mathcal{V}'_0) = n^2 k_0^2$  – волновой вектор нейтрона в кристалле с учетом среднего коэффициента преломления,  $U_g \equiv k_0^2 \mathcal{V}'_g$  –  $g$ -гармоника потенциала в единицах квадрата волнового вектора.

Положив в качестве начального приближения  $a_g = \delta_{0g}$  (то есть в начале имеется только прямая волна) для амплитуд волн, отраженных всевозможными кристаллографическими плоскостями, в первом порядке теории возмущений получим:

$$a_g = \frac{U_g}{\left[ k^2 - (\mathbf{k} + \mathbf{g})^2 \right]}.$$

Таким образом, волновая функция нейтрона в кристалле, распространяющегося в направлениях, достаточно далеких от брэгговских, в первом порядке теории возмущений запишется в следующем виде:

$$\Psi = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \sum_g \frac{U_g}{[k^2 - k_g^2]} \cdot e^{i\mathbf{k}_g\mathbf{r}} \equiv e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \left[ 1 + \sum_g \frac{U_g}{2\Delta_g} e^{i\mathbf{g}\mathbf{r}} \right].$$

Этот результат в точности совпадает с полученным из обычной теории возмущений (1.23).

При приближении к точному условию Брэгга для плоскостей  $\mathbf{g}$  амплитуда волны, отраженной этой системой плоскостей, возрастает неограниченно, теория возмущений становится неприменимой. В этом случае нужно точно решать задачу для двух волн.

### 1.7.2. Двухволновая дифракция

Если падающая нейтронная волна имеет направление, близкое к брэгговскому для одной системы плоскостей, характеризуемой вектором  $\mathbf{G}$ , то в этом случае внутри кристалла существенны две волны с волновыми векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_G = \mathbf{k} + \mathbf{G}$ , и уравнения, связывающие амплитуды этих волн, принимают вид

$$\begin{aligned} \left[ 1 - \frac{k^2}{k_0^2} - \mathcal{V}'_0 \right] a_0 - \mathcal{V}'_{-G} a_G &= 0, \\ \left[ 1 - \frac{|\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2}{k_0^2} - \mathcal{V}'_0 \right] a_G - \mathcal{V}'_G a_0 &= 0, \end{aligned} \quad (1.63)$$

или, умножая на  $k_0^2$  и вводя  $K^2 = n^2 k_0^2 = k_0^2 (1 - \mathcal{V}'_0) = k_0^2 - U_0$ ,

$$\begin{aligned} [K^2 - k^2] a_0 - U_{-G} a_G &= 0, \\ [K^2 - |\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2] a_G - U_G a_0 &= 0. \end{aligned} \quad (1.64)$$

Эти уравнения в точности совпадают с уравнением (1.30), записанным в матричном виде. Условие разрешимости этой системы линейных однородных уравнений (равенство детерминанта нулю) описывает дисперсионную поверхность нейтрона в кристалле, уравнение которой в точности совпадает с (1.31):

$$(K^2 - k^2) [K^2 - |\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2] = |U_G|^2.$$

При точном выполнении условия Брэгга  $k^2 = |\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2$  имеем:

$$k^{(1,2)2} = K^2 \mp |U_G|$$

и

$$\frac{a_G^{(1,2)}}{a_0^{(1,2)}} = \frac{K^2 - k^{(1,2)2}}{U_{-G}} = \pm \frac{|U_G|}{U_{-G}} = \pm 1.$$

В результате мы опять получили симметричную (1) и антисимметричную (2) комбинации состояний  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k} + \mathbf{G}$ . В состояниях (1) и (2) нейтроны имеют разные кинетические энергии, определяемые  $k^{(1,2)2}$ , поскольку концентрируются либо в максимумах потенциала (симметричное состояние), либо в его минимумах (антисимметричное состояние).

## Часть 2. О ВОЗМОЖНОСТИ ПОИСКА ЭДМ НЕЙТРОНА ПО СМЕЩЕНИЮ МАЯТНИКОВОЙ ФАЗЫ ПРИ ДИФРАКЦИИ В НЕЦЕНТРОСИММЕТРИЧНОМ КРИСТАЛЛЕ

### 2.1. Двухволновая дифракция. Симметричный случай Лауэ

Для описания дифракции на заданной системе плоскостей  $\mathbf{g}$  вернемся к уравнениям (1.64) и, используя определение параметра отклонения от условия Брэгга  $\Delta_g = [k^2 - (\mathbf{k} + \mathbf{g})^2]/2 = (\mathbf{k}_B - \mathbf{k})\mathbf{g}$ , перепишем их в виде

$$\begin{aligned} [K^2 - k^2] a_0 - U_{-g} a_g &= 0, \\ -U_g a_0 + [K^2 - k^2 + 2\Delta_g] a_g &= 0. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Подчеркнем, что в симметричном случае дифракции по Лауэ, поскольку граница кристалла перпендикулярна плоскости нормали к границе  $\mathbf{n}$  перпендикулярна вектору обратной решетки  $\mathbf{g}$ , волновые векторы в кристалле  $\mathbf{k}$  могут отличаться от волнового вектора  $\mathbf{k}_0$  падающего нейтрона лишь нормальной компонентой, перпендикулярной  $\mathbf{g}$ . По этой причине параметр отклонения для векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_0$  один и тот же:  $\Delta_g = (\mathbf{k}_B - \mathbf{k})\mathbf{g} = (\mathbf{k}_B - \mathbf{k}_0)\mathbf{g}$  – и он характеризует отклонение направления падающего нейтрона от брэгговского.

Тогда условие разрешимости этой системы (уравнение дисперсионной поверхности) запишется в виде квадратного уравнения:

$$(K^2 - k^2)^2 + 2\Delta_g (K^2 - k^2) - |U_g|^2 = 0, \quad (2.2)$$

которое имеет два решения, описывающих две ветви дисперсионной поверхности нейтрона в кристалле:

$$k^{(1,2)2} = K^2 + \Delta_g \mp \sqrt{\Delta_g^2 + |U_g|^2}. \quad (2.3)$$

Каждой ветви дисперсионной поверхности соответствует своя суперпозиция прямой и отраженной волн – так называемые блоховские волны  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$ , которые определяются амплитудами  $a_0^{(1,2)}$  и  $a_g^{(1,2)}$ . Они являются решениями системы (2.1), которая приобретает с учетом (2.3) следующий вид:

$$\begin{aligned} \left[ -\Delta_g \pm \sqrt{\Delta_g^2 + |U_g|^2} \right] a_0^{(1,2)} - U_{-g} a_g^{(1,2)} &= 0, \\ -U_g a_0^{(1,2)} + \left[ \Delta_g \pm \sqrt{\Delta_g^2 + |U_g|^2} \right] a_g^{(1,2)} &= 0. \end{aligned}$$

Мы отмечали, что фаза гармоник полного потенциала для нейтрона определяется подавляющим образом фазой ядерного потенциала (электромагнитное взаимодействие изменяет эту фазу ничтожно мало). Поэтому, если поместить начало координат в максимум ядерного потенциала, то амплитуда гармоник  $U_g$  будет вещественной и положительной:  $U_g = U_g^* = U_{-g} > 0$  – поскольку у подавляющего большинства веществ ядерные потенциалы положительны (то есть имеют отталкивательный характер), так как длины рассеяния нейтронов положительны. Таким образом, используя далее  $|U_g| = U_g$ , имеем:

$$\frac{a_0^{(1,2)}}{a_g^{(1,2)}} = \frac{U_g}{-\Delta_g \pm \sqrt{\Delta_g^2 + U_g^2}} \equiv \frac{\operatorname{tg} 2\gamma}{-1 \pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\gamma}} = \frac{\sin 2\gamma}{-\cos 2\gamma \pm 1},$$

где мы ввели величину  $\operatorname{tg} 2\gamma \equiv U_g / \Delta_g$ . В результате имеем:

$$\frac{a_0^{(1)}}{a_g^{(1)}} = \frac{\sin 2\gamma}{-\cos 2\gamma + 1} = \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma}, \quad \frac{a_0^{(2)}}{a_g^{(2)}} = \frac{\sin 2\gamma}{-\cos 2\gamma - 1} = -\frac{\sin \gamma}{\cos \gamma}.$$

Таким образом, нормированные волновые функции нейтрона (блеховские волны), относящиеся к ветвям дисперсионной поверхности (1) и (2), запишутся в виде

$$\psi^{(1)} = \cos \gamma e^{i\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{r}} + \sin \gamma e^{i(\mathbf{k}^{(1)}+\mathbf{g})\mathbf{r}}, \quad (2.4)$$

$$\psi^{(2)} = -\sin \gamma e^{i\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{r}} + \cos \gamma e^{i(\mathbf{k}^{(2)}+\mathbf{g})\mathbf{r}}. \quad (2.5)$$

Заметим, что величина  $\operatorname{tg} 2\gamma \equiv U_g / \Delta_g = 1/w_g = \gamma_B / (\theta - \theta_B)$  есть не что иное, как величина, обратная безразмерному параметру отклонения от условия Брэгга  $w_g$ . Величина  $w_g$ , а также брэгговская ширина  $\gamma_B$  (ее также называют дарвиновской) определены в разделе 1.3. Волновые векторы  $\mathbf{k}^{(1)}$  и  $\mathbf{k}^{(2)}$  принадлежат двум ветвям дисперсионной поверхности (2.2). При точном выполнении условия Брэгга  $\Delta_g = 0$ ,  $\gamma = 45^\circ$ , так что (2.4) и (2.5) превращаются в симметричную и антисимметричную комбинацию прямой и отраженной плоскостями волн (1.34), (1.35) с волновыми векторами, удовлетворяющими уравнению (2.2), которое переходит в (1.32).

Квадраты амплитуд (то есть интенсивности) прямой и отраженной волн в блоховских волнах имеют вид

$$\begin{aligned}\cos^2 \gamma &= \frac{1}{2}(1 + \cos 2\gamma) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\Delta_g}{\sqrt{\Delta_g^2 + U_g^2}} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{w_g}{\sqrt{1 + w_g^2}} \right), \\ \sin^2 \gamma &= \frac{1}{2}(1 - \cos 2\gamma) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\Delta_g}{\sqrt{\Delta_g^2 + U_g^2}} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{w_g}{\sqrt{1 + w_g^2}} \right).\end{aligned}\quad (2.6)$$

Распределение плотности нейтронов в кристалле в состояниях (1) и (2) определяется  $|\Psi^{(1)}|^2$  и  $|\Psi^{(2)}|^2$ :

$$\begin{aligned}|\Psi^{(1)}|^2 &= \left| \cos \gamma e^{i\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{r}} + \sin \gamma e^{i(\mathbf{k}^{(1)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \right|^2 = 1 + 2 \cos \gamma \sin \gamma \cos \mathbf{g}\mathbf{r} = \\ &= 1 + \frac{U_g}{\sqrt{\Delta_g^2 + U_g^2}} \cos \mathbf{g}\mathbf{r} = 1 + \frac{1}{\sqrt{1 + w_g^2}} \cos \mathbf{g}\mathbf{r},\end{aligned}\quad (2.7)$$

$$\begin{aligned}|\Psi^{(2)}|^2 &= \left| -\sin \gamma e^{i\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{r}} + \cos \gamma e^{i(\mathbf{k}^{(2)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \right|^2 = 1 - 2 \cos \gamma \sin \gamma \cos \mathbf{g}\mathbf{r} = \\ &= 1 - \frac{U_g}{\sqrt{\Delta_g^2 + U_g^2}} \cos \mathbf{g}\mathbf{r} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + w_g^2}} \cos \mathbf{g}\mathbf{r}.\end{aligned}\quad (2.8)$$

Таким образом, волна (1) концентрируется преимущественно в максимумах ядерного потенциала (на ядерных плоскостях), поэтому волновой вектор (характеризующий кинетическую энергию нейтрона в кристалле) уменьшается, что и отражает уравнение дисперсионной поверхности (2.2). Соответственно, волна (2) концентрируется в минимумах потенциала, что приводит к увеличению волнового вектора. Из (2.7), (2.8) следует, что степень концентрации нейтронов на ядерных плоскостях или между ними определяется степенью близости либо энергии нейтрона, либо его направления движения к брэгговским значениям. При точном выполнении условия Брэгга достигается максимальная степень концентрации нейтронов.

Напомним, что электрическое поле системы плоскостей  $\mathbf{g}$  в нецентросимметричном кристалле ( $\phi_g^E \neq 0$ ) имеет вид (2.9):

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}) &= -\text{grad}V^E(\mathbf{r}) = 2\nu_g^E \mathbf{g} \sin(\mathbf{g}\mathbf{r} + \phi_g^E) = \\ &= 2\nu_g^E \mathbf{g} \left( \sin \mathbf{g}\mathbf{r} \cos \phi_g^E + \cos \mathbf{g}\mathbf{r} \sin \phi_g^E \right).\end{aligned}\quad (2.9)$$

Среднее же электрическое поле, действующее на нейтрон в состояниях (1) и (2), будет равно

$$\langle \psi^{(1,2)} | \mathbf{E}(\mathbf{r}) | \psi^{(1,2)} \rangle = 2v_g^E \mathbf{g} \int |\psi^{(1,2)}|^2 \sin(\mathbf{g}\mathbf{r} + \phi_g^E) d^3r.$$

Принимая во внимание (2.6), (2.7), получаем:

$$\langle \psi^{(1)} | \mathbf{E}(\mathbf{r}) | \psi^{(1)} \rangle = -\langle \psi^{(2)} | \mathbf{E}(\mathbf{r}) | \psi^{(1)} \rangle = \frac{v_g^E \mathbf{g} \sin \phi_g^E}{\sqrt{1+w_g^2}} \equiv \frac{\mathbf{E}_g}{\sqrt{1+w_g^2}}. \quad (2.10)$$

При  $w_g \gg 1$  поле будет пропорционально  $1/w_g$ , как и следует из теории возмущений, см. выражение (1.27). При точном выполнении условия Брэгга электрические поля, действующие на нейтрон, максимальны.

В случае падения плоской нейтронной волны на кристалл в симметричной схеме Лауэ (граница кристалла перпендикулярна отражающим плоскостям) волны  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$  возбуждаются в кристалле с амплитудами  $\cos \gamma$  и  $-\sin \gamma$  соответственно [56]. Действительно, на границе кристалла ( $\mathbf{nr}$ ) = 0 мы должны «сшить» общее решение (волновую функцию внутри кристалла)

$$\begin{aligned} \psi &= c_1 \psi^{(1)} + c_2 \psi^{(2)} = \\ &= c_1 \left( \cos \gamma e^{i\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{r}} + \sin \gamma e^{i(\mathbf{k}^{(1)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \right) + c_2 \left( -\sin \gamma e^{i\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{r}} + \cos \gamma e^{i(\mathbf{k}^{(2)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

с падающей волной  $\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$ . Представив волновые векторы в виде суммы нормальной и тангенциальной к границе компонент  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_n + \mathbf{k}_t$ , нетрудно убедиться, что равенство падающей волны с волной внутри кристалла во всех точках границы можно обеспечить, только когда тангенциальные компоненты всех волновых векторов равны. Приравнявая на границе амплитуды прямой и отраженной волн вне и внутри кристалла, получим:

$$\begin{aligned} 1 &= c_1 \cos \gamma - c_2 \sin \gamma, \\ 0 &= c_1 \sin \gamma + c_2 \cos \gamma. \end{aligned}$$

Эта система имеет очевидные решения:

$$c_1 = \cos \gamma, \quad c_2 = -\sin \gamma. \quad (2.12)$$

Заметим, что здесь мы пренебрегли волнами, отраженными от границы кристалла, их амплитуды имеют порядок  $\Delta k/K \ll 1$  и определяются из условия непрерывности на границе градиента волновой функции. Они становятся существенными при углах Брэгга, близких к  $90^\circ$ . Так, при углах Брэгга  $\theta_B \geq \pi/2 - \tilde{\theta}_c$ , где  $\tilde{\theta}_c$  – критический (скользящий) угол полного внешнего отражения, нейтроны полностью отразятся от границы кристалла, так что дифракция по Лауэ будет невозможна. Для тепловых и холодных нейтронов

этот критический угол очень мал. Он определяется из равенства перпендикулярной к границе составляющей энергии падающего на кристалл нейтрона ( $E_{\perp} = E \sin^2 \tilde{\theta}_c$ ) среднему ядерному потенциалу кристалла  $V_0$ , то есть  $\tilde{\theta}_c \approx \sqrt{V_0 / E}$ . Даже для кристаллов с высоким значением среднего потенциала для холодных нейтронов этот угол не превышает  $\sim 0,5^\circ$ , то есть наше рассмотрение справедливо вплоть до углов Брэгга  $\sim 89,5^\circ$ .

На рисунке 1.3 в качестве примера были показаны точки 1 и 2 дисперсионной поверхности, отличающиеся нормальными компонентами волновых векторов, отвечающих возбуждаемым волнам внутри кристалла.

Интерференция волн различного типа (из-за небольшой разницы  $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}^{(2)} - \mathbf{k}^{(1)}$ ) приводит к осцилляциям интенсивностей прямого и отраженного нейтронных пучков после прохождения кристалла толщиной  $L$  зависимости от величины  $\phi = \Delta k L$ .

Итак, волновая функция нейтрона внутри кристалла при дифракции в симметричной схеме Лауэ имеет вид (см. (2.11), (2.12))

$$\begin{aligned} \psi &= \cos \gamma \left( \cos \gamma e^{i\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{r}} + \sin \gamma e^{i(\mathbf{k}^{(1)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \right) - \sin \gamma \left( -\sin \gamma e^{i\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{r}} + \cos \gamma e^{i(\mathbf{k}^{(2)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \right) = \\ &= \cos^2 \gamma e^{i\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{r}} + \sin^2 \gamma e^{i\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{r}} + \sin \gamma \cos \gamma \left[ e^{i(\mathbf{k}^{(1)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} - e^{i(\mathbf{k}^{(2)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \right]. \end{aligned}$$

Введя  $\mathbf{k}^{(1,2)} = \mathbf{K} \mp \Delta \mathbf{k} / 2$ , так что  $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}^{(2)} - \mathbf{k}^{(1)}$  и  $\mathbf{K} = (\mathbf{k}^{(2)} + \mathbf{k}^{(1)})/2$ , будем иметь

$$\begin{aligned} \psi &= e^{i\mathbf{K}\mathbf{r}} \left( \frac{1 + \cos 2\gamma}{2} e^{-i\frac{\Delta \mathbf{k}\mathbf{r}}{2}} + \frac{1 - \cos 2\gamma}{2} e^{i\frac{\Delta \mathbf{k}\mathbf{r}}{2}} \right) + e^{i(\mathbf{K}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \frac{\sin 2\gamma}{2} \left( e^{-i\frac{\Delta \mathbf{k}\mathbf{r}}{2}} - e^{i\frac{\Delta \mathbf{k}\mathbf{r}}{2}} \right) = \\ &= e^{i\mathbf{K}\mathbf{r}} \left( \cos \frac{\Delta k z}{2} - i \cos 2\gamma \sin \frac{\Delta k z}{2} \right) - i e^{i(\mathbf{K}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \sin 2\gamma \sin \frac{\Delta k z}{2}. \end{aligned}$$

На выходной грани кристалла (параллельной входной грани) все волновые векторы опять придут к первоначальному значению, и, в результате, для интенсивностей отраженной  $I_g$  и прямой  $I_0$  волн, прошедших в кристалл толщиной  $L$ , будем иметь

$$\begin{aligned} I_g &= \sin^2 2\gamma \sin^2 \frac{\Delta k L}{2} = \frac{\sin^2 \frac{\phi}{2}}{1 + w_g^2} \equiv \frac{\sin^2 \frac{V_g L \sqrt{w_g^2 + 1}}{\hbar v_{\parallel}}}{1 + w_g^2} = \frac{\sin^2 \frac{\pi L}{\xi_g} \sqrt{w_g^2 + 1}}{1 + w_g^2}, \quad (2.13) \\ I_0 &= 1 - I_g. \end{aligned}$$

Здесь ось  $z$  направлена по нормали к границе кристалла и учтено, что все волновые векторы отличаются только нормальными составляющими, то есть вектор разности  $\Delta \mathbf{k}$  направлен по оси  $z$ ,  $\phi = \Delta kL$  – маятниковая фаза.

Из уравнения дисперсионной поверхности (2.2) имеем:

$$\Delta k = \left| \mathbf{k}^{(2)} - \mathbf{k}^{(1)} \right| = \frac{\sqrt{\Delta_g^2 + U_g^2}}{K \cos \theta_B} = \frac{2V_g \sqrt{w_g^2 + 1}}{\hbar v_{\parallel}} = \frac{2\pi}{\xi_g} \sqrt{w_g^2 + 1}, \quad (2.14)$$

где  $\xi_g$  – введенная ранее экстинкционная длина, см. (1.42). Однако необходимо заметить, что рассмотренная интерференция возможна только в области перекрытия волн (1) и (2). Такое происходит всегда в случае «бесконечных» плоских волн, однако реально пучки нейтронов имеют ограниченные размеры, то есть интерферируют волновые пакеты, а не плоские волны. Тем не менее если ширина пакета существенно превосходит экстинкционную длину, скажем, в 100 или 1 000 раз, то все интерференционные явления будут иметь место, но только в области перекрытия пакетов. Мы уже говорили, что при точном выполнении условия Брэгга волны (1) и (2) движутся параллельно кристаллографическим плоскостям (плотности токов нейтронов в этих состояниях параллельны), то есть пакеты всегда перекрываются, и наблюдать маятниковую картину можно, в принципе, при любой толщине кристалла. При отклонении от условия Брэгга плотности токов нейтронов в волнах (1) и (2) начинают расходиться, так что при некоторой толщине кристалла и при конечной ширине пакетов они перестают перекрываться, и интерференция прекращается.

Действительно, плотность тока нейтронов в состояниях (1) и (2) равна

$$\mathbf{j}^{(1,2)} = \frac{\hbar}{2mi} \left( \Psi^{(1,2)*} \nabla \Psi^{(1,2)} - \Psi^{(1,2)} \nabla \Psi^{(1,2)*} \right) = \frac{\hbar}{m} \text{Im} \Psi^{(1,2)*} \nabla \Psi^{(1,2)}.$$

Подставляя сюда функции (2.3), (2.4) и усредняя по быстрым пространственным осцилляциям с периодом, равным межплоскостному расстоянию, получим:

$$\mathbf{j}^{(1)} = \frac{\hbar}{m} \left[ \mathbf{k}^{(1)} \cos^2 \gamma + (\mathbf{k}^{(1)} + \mathbf{g}) \sin^2 \gamma \right] = \frac{\hbar}{m} \left[ \left( \mathbf{k}^{(1)} + \frac{\mathbf{g}}{2} \right) - \frac{\mathbf{g}}{2} \frac{w_g}{\sqrt{1 + w_g^2}} \right], \quad (2.15)$$

$$\mathbf{j}^{(2)} = \frac{\hbar}{m} \left[ \mathbf{k}^{(2)} \sin^2 \gamma + (\mathbf{k}^{(2)} + \mathbf{g}) \cos^2 \gamma \right] = \frac{\hbar}{m} \left[ \left( \mathbf{k}^{(2)} + \frac{\mathbf{g}}{2} \right) + \frac{\mathbf{g}}{2} \frac{w_g}{\sqrt{1 + w_g^2}} \right]. \quad (2.16)$$

При точном выполнении условия Брэгга для падающей нейтронной волны плотности токов внутри кристалла в обеих ветвях направлены вдоль кристаллографических плоскостей (ось  $z$ , см. рис. 2.1).

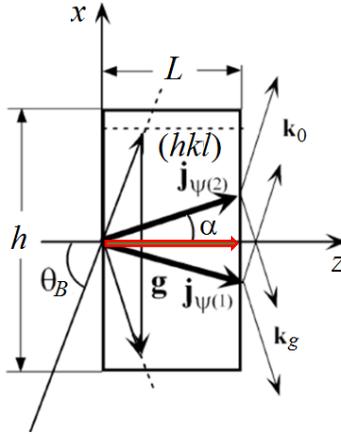


Рис. 2.1. Нейтроны падают на кристалл под некоторым углом, несколько отличным от угла Брэгга.  $\mathbf{j}_{\psi(1)}$  и  $\mathbf{j}_{\psi(2)}$  – векторы плотностей токов нейтронов для двух блоховских волн,  $\alpha$  – угол наклона траектории Като

Отклонение от условия Брэгга приводит к изменениям направления плотностей токов в кристалле в противоположных направлениях. Поведение нейтронных токов в кристалле можно описать при помощи траекторий Като [75], которые представляют собой кривые, касательные к которым направлены по плотности тока в каждой точке кристалла. С другой стороны, если падающая волна представляет собой ограниченный, например входной щелью, волновой пакет, то траектории Като будут описывать движение этого пакета, если его размер  $\Delta x$  существенно больше экстинкционной длины ( $\Delta x \gg \xi_g \text{tg } \theta_B$ ). В плоском кристалле это прямые линии, как на рис. 2.1. Углы  $\alpha$  наклона траекторий Като определяются из (2.15), (2.16):

$$\text{tg } \alpha = \frac{g}{2k_{\parallel}^{(1,2)}} \frac{w_g}{\sqrt{1+w_g^2}} = \text{tg } \theta_B \frac{w_g}{\sqrt{1+w_g^2}} \Rightarrow \frac{L \text{tg } \alpha}{L \text{tg } \theta_B} \equiv \beta = \frac{w_g}{\sqrt{1+w_g^2}}.$$

Безразмерный параметр  $\beta$  также характеризует отклонение от условия Брэгга и изменяется от  $-1$  до  $+1$ . Он имеет простой геометрический смысл отношения координаты  $x = L \text{tg } \alpha$  точки выхода траектории Като из кристалла к половине длины основания,  $H/2 = L \text{tg } \theta_B$ , так называемого треугольника (или «палатки») Бормана (в англоязычной литературе используется термин “Bormann fan”). Выбирая ширину щелей на входной и выходной гранях кристалла и их относительную высоту, можно выбирать нейтроны с заданным параметром отклонения от условия Брэгга.

Наличие деформации кристалла или внешней силы, действующей на нейтрон, приводит по мере движения к изменению параметра отклонения от условия Брэгга и, соответственно, искривлению траекторий Като.

При малых отклонениях от условия Брэгга ( $w_g \ll 1$ ) оба состояния возбуждаются практически с одинаковой вероятностью ( $\cos^2\gamma \approx \sin^2\gamma \approx 1/2$ ). Однако направления токов (в особенности при углах Брэгга  $\theta_B$ , близких к прямому, то есть когда  $k_{\parallel} \ll g/2$ ,  $\text{tg } \theta_B = g/2k_{\parallel} \gg 1$ ) могут измениться весьма существенно. Действительно, в этом случае

$$\mathbf{j}^{(1,2)} \approx \frac{\hbar}{m} \left[ \mathbf{k}_{\parallel}^{(1,2)} \mp \frac{\mathbf{g}}{2} w_g \right], \quad (2.17)$$

и угол наклона траектории Като определится из

$$\text{tg } \alpha \approx \frac{g}{2k_{\parallel}^{(1,2)}} w_g = \text{tg } \theta_B w_g \Rightarrow w_g \approx \frac{L \text{tg } \alpha}{L \text{tg } \theta_B} = \beta. \quad (2.18)$$

Таким образом, при  $w_g \ll 1$  имеем  $w_g \approx \beta_g$ .

При дифракции расходящегося нейтронного пучка (сферической волны) на достаточно толстом кристалле будут интерферировать только волны  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$ , которые когерентно возбуждаются с противоположными значениями параметров отклонения  $\Delta_g^{(1)} = -\Delta_g^{(2)}$  (точки 1', 2 и 1, 2' на рис. 1.3), так как траектории Като для них параллельны, и волновые пакеты перекрываются на выходной поверхности кристалла, что обеспечивает их интерференцию. Заметим, что направления плотностей тока нормальны дисперсионной поверхности в соответствующих точках, см. рис. 1.3. В этом случае интерферировать будут волны

$$\begin{aligned} \psi &= \cos \gamma \left( \cos \gamma e^{i\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{r}} + \sin \gamma e^{i(\mathbf{k}^{(1)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \right) - \sin \gamma' \left( -\sin \gamma' e^{i\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{r}} + \cos \gamma' e^{i(\mathbf{k}^{(2)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \right) = \\ &= \cos^2 \gamma e^{i\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{r}} + \sin^2 \gamma' e^{i\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{r}} + \left[ \sin \gamma \cos \gamma e^{i(\mathbf{k}^{(1)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} - \sin \gamma' \cos \gamma' e^{i(\mathbf{k}^{(2)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} \right]. \end{aligned}$$

При  $\gamma \sim \pi/4$  (то есть вблизи условия Брэгга) имеем:

$$w_g = \text{ctg } 2\gamma = \frac{\cos 2\gamma}{\sin 2\gamma} \approx \cos 2\gamma \approx 2 \left( \gamma - \frac{\pi}{4} \right),$$

то есть параметр отклонения от условия Брэгга меняет знак вместе с  $\cos 2\gamma$  при отклонении  $\gamma$  от  $\pi/4$  в ту или иную сторону. Таким образом,  $\cos 2\gamma = -\cos 2\gamma'$ ,  $\sin 2\gamma = \sin 2\gamma'$  и

$$\psi = (1 + \cos 2\gamma) \left[ \frac{e^{i\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{r}} + e^{i\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{r}}}{2} \right] + \sin 2\gamma \left[ \frac{e^{i(\mathbf{k}^{(1)}+\mathbf{g})\mathbf{r}} - e^{i(\mathbf{k}^{(2)}+\mathbf{g})\mathbf{r}}}{2} \right] \equiv \psi^0 + \psi^g, \quad (2.19)$$

где  $\psi^0$  описывает волну в первоначальном направлении  $\mathbf{k}$ ,  $\psi^g$  – в отраженном  $\mathbf{k} + \mathbf{g}$ .

Угловые ширины  $\gamma_B$ , в пределах которых происходит существенное дифракционное отражение нейтронов (то есть при  $\Delta_g \sim U_g$ ), также определяются малым отношением  $V_g/E$  и имеют порядок  $10^{-5}$ – $10^{-6}$  при углах Брэгга  $\sim 45^\circ$ , то есть их порядок величины – от долей до единиц угловых секунд. Поэтому, чтобы наблюдать осцилляции интенсивности в зависимости от величины параметра отклонения  $w_g$  (то есть при изменении угла падения нейтрона на кристалл в пределах угловой ширины), описываемые формулами (2.13), (2.14), необходимо уметь изменять направление падающей волны с секундной точностью, что в реальности невозможно.

В реальных условиях на кристалл всегда падает расходящийся пучок нейтронов, равномерно «заполняющий» по углам всю брэгговскую ширину.

Если интерференция волн (1) и (2) по каким-либо причинам отсутствует, то их вклад в интенсивности прямой и отраженной волн на выходной грани кристалла складывается.

В результате, определяя интенсивности нейтронных пучков в точке  $y$  (которая характеризуется величиной  $\beta$ ) на выходной грани кристалла, приходящиеся на интервал  $dy$  как

$$I_{0,g}(\beta)d\beta = \left| \psi^{0,g}(\beta) \right|^2 \frac{dw}{d\beta} d\beta, \quad (2.20)$$

и учитывая

$$\frac{dw}{d\beta} = \frac{1}{(1-\beta^2)^{3/2}}, \quad \cos 2\gamma = \frac{w_g}{\sqrt{w_g^2 + 1}} = \beta, \quad \sin 2\gamma = \sqrt{1-\beta^2},$$

из (2.19) получаем, см. [57]:

$$I_0(\beta) = \frac{(1+\beta)^2}{2(1-\beta^2)^{3/2}} = \frac{1+\beta}{2(1-\beta)\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (2.21)$$

$$I_g(\beta) = \frac{1-\beta^2}{2(1-\beta^2)^{3/2}} = \frac{1}{2\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (2.22)$$

Из формулы (2.22) следует рост интенсивности отраженного пучка на краях «палатки» Бормана при  $\beta = \pm 1$  (см. далее рис. 2.2–2.4). Этот эффект

экспериментально впервые наблюдался при дифракции рентгеновских лучей Корком [76] в 1932 г., при дифракции нейтронов – Ноулсом [77] в 1956 г. и был объяснен Като [78] в 1960 г.

### 2.1.1. Интерференция в случае расходящейся (сферической) волны

Чтобы получить более точную картину поведения интенсивностей с учетом интерференции волн (1) и (2), необходимо предположить, что все расходящиеся волны когерентны, то есть падающую волну с заданной энергией можно представить в виде суперпозиции расходящихся веером когерентных плоских волн с одинаковыми по величине, но разными по направлению волновыми векторами (то есть с различными параметрами  $w$  отклонения от условия Брэгга):

$$\Psi_i(\mathbf{r}) = \int_{-w_0}^{+w_0} \varphi_i(\mathbf{r}, w) dw. \quad (2.23)$$

Напомним наши определения параметров:

$$\Delta = \frac{k^2 - |\mathbf{k} + \mathbf{g}|}{2} \equiv (\mathbf{k}_B - \mathbf{k}) \mathbf{g} = k_B^2 (\theta - \theta_B) \sin 2\theta_B, \quad w = \frac{\Delta}{U_g}. \quad (2.24)$$

Заметим, что положительному значению  $\Delta$  отвечают углы падения нейтронов на кристалл, большие угла Брэгга. При увеличении  $\Delta$  угол падения также увеличивается, поэтому тангенциальная компонента волнового вектора увеличивается, нормальная же – уменьшается. Представим волновой вектор падающего на кристалл нейтрона в виде  $\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_B + \delta k_n \mathbf{n} + \delta k_t \mathbf{t}$ , где  $\mathbf{n}$  – единичный вектор к границе кристалла (ось  $z$  на рис. 2.1),  $\mathbf{t}$  – единичный вектор, параллельный граням кристалла (ось  $x$ ). В силу малости угла  $\Delta\theta \equiv \theta - \theta_B$  величина изменения вектора  $\mathbf{k}_B$  при повороте на такой угол равна

$$\Delta k = k_B \Delta\theta = k_B (\theta - \theta_B) = \frac{\Delta}{k_B \sin 2\theta_B} \equiv w \frac{U_g}{2k_B \sin \theta_B \cos \theta_B} = \frac{\pi w}{\xi_g \sin \theta_B},$$

где использована, см. (2.42), связь:

$$U_g = \frac{2\pi k_B \cos \theta_B}{\xi_g}.$$

Учитывая, что  $\delta k_n = -\Delta k \sin \theta_B$ ,  $\delta k_t = \Delta k \cos \theta_B$ , имеем:

$$\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_B - \frac{\pi w}{\xi_g} \left( \mathbf{n} - \frac{1}{\operatorname{tg} \theta_B} \mathbf{t} \right). \quad (2.25)$$

Напомним, что кристалл может изменять только нормальную к границе компоненту волнового вектора, а отклонение от условия Брэгга обусловлено отличием его тангенциальной компоненты от  $g/2$ .

Внутри кристалла каждая плоская волна суперпозиции (2.23) расщепится на две с измененными нормальными составляющими волновых векторов, которые определяются уравнением дисперсионной поверхности (2.2), (2.3)

$$k^{(1,2)2} = K^2 + U_g \left( w_g \mp \sqrt{w_g^2 + 1} \right), \quad (K^2 = k_0^2 - U_0).$$

Таким образом,

$$k_z^{(1,2)} = K_z + \frac{U_g}{2K_z} \left( w \mp \sqrt{w^2 + 1} \right).$$

Так что внутри кристалла

$$\begin{aligned} \mathbf{k}^{(1,2)} &= \mathbf{k}_0 - \frac{U_0}{k_{0z}} \mathbf{n} + \frac{\pi}{\xi_g} \left( w \mp \sqrt{w^2 + 1} \right) \mathbf{n} = \\ &= \mathbf{K}_B + \frac{\pi w}{\xi_g} \frac{1}{\operatorname{tg} \theta_B} \mathbf{t} \mp \mathbf{n} \frac{\pi}{\xi_g} \sqrt{w^2 + 1}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

В результате амплитуда вероятности найти нейтрон в точке  $\mathbf{r}$  ( $z = L$ ,  $x = \beta L \operatorname{tg} \theta_B$ ) на выходной грани кристалла в прямом пучке равна

$$\begin{aligned} \psi^0(\mathbf{r}) &= e^{i\mathbf{K}_B \mathbf{r}} \int_{-w_0}^{+w_0} dw \frac{1 + \cos 2\gamma}{2} e^{\frac{i\pi L \sqrt{w^2 + 1} + i\pi L w \beta}{\xi_g}} + \\ &+ e^{i\mathbf{K}_B \mathbf{r}} \int_{-w_0}^{+w_0} dw \frac{1 - \cos 2\gamma}{2} e^{\frac{i\pi L \sqrt{w^2 + 1} + i\pi L w \beta}{\xi_g}} \equiv \\ &\equiv e^{i\mathbf{K}_B \mathbf{r}} \int_{-w_0}^{+w_0} dw \left[ u_0^{(1)}(w) e^{i\phi_0^{(1)}(w)} + u_0^{(2)}(w) e^{i\phi_0^{(2)}(w)} \right], \end{aligned} \quad (2.27)$$

аналогично в отраженном пучке

$$\psi^g(\mathbf{r}) = e^{i(\mathbf{K}_B + \mathbf{g})\mathbf{r}} \frac{\sin 2\gamma}{2} \int_{-w_0}^{+w_0} dw \left[ e^{\frac{i\pi L \sqrt{w^2 + 1} + i\pi L w \beta}{\xi_g}} - e^{\frac{i\pi L \sqrt{w^2 + 1} + i\pi L w \beta}{\xi_g}} \right]. \quad (2.28)$$

Для приближенного вычисления интегралов (2.27) используем метод стационарной фазы (см., например, [57] и [79], стр. 415). Под интегралом мы

имеем медленно изменяющиеся с величиной  $w$  амплитуды и быстро осциллирующие экспоненты, поскольку фазы содержат большое отношение  $L/\xi_g \sim 10^3-10^4$ , так что вклад в интеграл дает малая область значений  $w$  вблизи некоторой точки  $w_d$ , где фазы экспонент подынтегральной функции почти постоянны, то есть вблизи значений, где производные от фазовых функций обращаются в нуль:

$$\frac{d\phi_0^{(1,2)}}{dw} = \frac{d\left(\mp \frac{i\pi L}{\xi_g} \sqrt{w^2 + 1} + \frac{i\pi L w \beta}{\xi_g}\right)}{dw} = \frac{i\pi L}{\xi_g} \left(\mp \frac{w}{\sqrt{w^2 + 1}} + \beta\right) = 0. \quad (2.29)$$

Тем самым получаем доминирующие значения параметров отклонения  $w_d$ , которые и дают основной вклад в интегралы, определяющие амплитуду вероятности нейтрону попасть в точку  $z = L$ ,  $x = \beta L \operatorname{tg} \theta_B$  на выходной грани кристалла в прямом пучке:

$$w_d^{(1,2)} = \pm \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \left(\sqrt{w_d^{(1,2)2} + 1} = \pm \frac{w_d}{\beta} \text{!!!}\right).$$

Таким образом, мы подтвердили наш вывод, основанный на разнице направлений плотностей потоков для разных типов блоховских волн, о том, что в заданную точку на выходной поверхности кристалла приходят нейтроны в разных состояниях, с противоположными знаками параметров отклонения от условия Брэгга. Раскладывая фазы в ряд по степеням  $w - w_d$  вблизи точки  $w_0$ , имеем:

$$\phi_0^{(1,2)}(w) \approx \phi_0^{(1,2)}(w_d) + \frac{i\pi L}{\xi_g} \frac{A^{(1,2)}}{2} (w - w_d)^2 + \dots, \quad (2.30)$$

где

$$A^{(1,2)} = \frac{\xi_g}{i\pi L} \frac{d^2 \phi_0^{(1,2)}}{dw^2} \Big|_{w=w_d^{(1,2)}} = \pm \frac{1}{(1 + w_d^{(1,2)2})^{3/2}} = \pm (1 - \beta^2)^{3/2}.$$

Интегралы же будут равны (см. [79], стр. 236, 415)

$$\begin{aligned}
& \int_{-w_0}^{+w_0} u_0^{(1,2)}(w) e^{i\phi_0^{(1,2)}(w)} dw = \\
& = u_0^{(1,2)}(w_d) e^{i\phi_0^{(1,2)}(w_d)} \int_{-w_0}^{+w_0} e^{\frac{iA^{(1,2)}\pi L}{2\xi_g}(w-w_d)^2} dw = \left( w - w_d = x \sqrt{\frac{2\xi_g}{\pi A^{(1,2)}L}} \right) = \\
& = u_0^{(1,2)} e^{i\phi_0^{(1,2)}} \sqrt{\frac{2\xi_g}{\pi A^{(1,2)}L}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ix^2} dx = u_0^{(1,2)} e^{i(\phi_0^{(1,2)} \pm \pi/4)} \sqrt{\frac{2\xi_g}{L(1-\beta^2)^{3/2}}}.
\end{aligned}$$

Учитывая (см. (2.19), (2.27)), что

$$u_0^{(1)}(w_d) = u_0^{(2)}(-w_d) = \frac{1+\beta}{2}, \quad (\cos 2\gamma = \beta),$$

для волновой функции нейтрона в прямом пучке на выходе из кристалла в точке  $x = \beta L \operatorname{tg} \theta_B$  получаем:

$$\begin{aligned}
\Psi^0(\mathbf{r}) &= e^{i\mathbf{K}_B \mathbf{r}} \frac{1+\beta}{2(1-\beta^2)^{3/4}} \sqrt{\frac{2\xi_g}{L}} \left[ e^{-\frac{i\pi L}{\xi_g} \left( \frac{w_d}{\beta} - w_0 \beta \right) + \frac{\pi}{4}} + e^{\frac{i\pi L}{\xi_g} \left( \frac{w_d}{\beta} - w_0 \beta \right) - \frac{\pi}{4}} \right] = \\
&= e^{i\mathbf{K}_B \mathbf{r}} \frac{1+\beta}{(1-\beta^2)^{3/4}} \sqrt{\frac{2\xi_g}{L}} \cos \left( \frac{\pi L}{\xi_g} \sqrt{1-\beta^2} - \frac{\pi}{4} \right).
\end{aligned}$$

Здесь использовано соотношение

$$w \left( \frac{1}{\beta} - \beta \right) = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{1-\beta^2}{\beta} = \sqrt{1-\beta^2}.$$

Величина  $|\Psi^0(x)|^2 dx = |\Psi^0(\beta)|^2 L \operatorname{tg} \theta_B d\beta$  характеризует распределение интенсивности по выходной грани кристалла. Таким образом,

$$I_0(\beta) = 2\xi_g \operatorname{tg} \theta_B \frac{(1+\beta)^2}{(1-\beta^2)^{3/2}} \cos^2 \left( \frac{\pi L}{\xi_g} \sqrt{1-\beta^2} - \frac{\pi}{4} \right).$$

Нормируя падающую волну так, чтобы ее интенсивность равнялась  $I_{in} = 2\xi_g \operatorname{tg} \theta_B$ , получим выражение для доли этой интенсивности нейтронов, которые прошли через кристалл и вышли из него в первоначальном направлении:

$$I_0(\beta) = \frac{(1+\beta)}{(1-\beta)\sqrt{1-\beta^2}} \cos^2\left(\frac{\phi}{2} - \frac{\pi}{4}\right), \quad (2.31)$$

где маятниковая фаза  $\phi$  есть

$$\phi = \frac{2\pi L}{\xi_g} \sqrt{1-\beta^2}. \quad (2.32)$$

Выражение (2.31) в точности совпадает с (2.21), если его усреднить по быстрым осцилляциям интенсивности вдоль выходной грани кристалла (то есть по  $\beta$ ).

Аналогично для интенсивности прошедшего через кристалл пучка, отраженного кристаллографическими плоскостями, получим:

$$I_g(\beta) = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \sin^2\left(\frac{\pi L}{\xi_g} \sqrt{1-\beta^2} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sin^2\left(\frac{\phi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (2.33)$$

Это выражение после усреднения совпадает с (2.22).

Переписав выражение, определяющее экстинкционную длину, в виде

$$\frac{2\pi}{\xi_g} = \frac{U_g}{K \cos \theta_B} = \frac{2U_g \operatorname{tg} \theta_B}{g} = \frac{2|V_g| \operatorname{tg} \theta_B}{\hbar v_{\perp}} \equiv 2m_0 c_0,$$

где мы ввели обозначения Като [75]  $m_0 = U_g/g$  и  $c_0 = \operatorname{tg} \theta_B$ , маятниковую фазу можно представить так:

$$\phi = \frac{2\pi L}{\xi_g} \sqrt{1-\beta^2} = \frac{2U_g L \operatorname{tg} \theta_B \sqrt{1-\beta^2}}{g} \equiv 2m_0 c_0 L \sqrt{1-\beta^2}. \quad (2.34)$$

Распределения по выходной грани кристалла (по  $\beta$ ) интенсивности отраженного продифрагировавшего пучка при падении на кристалл узкого монохроматического пучка с угловой расходимостью, превосходящей брэгговскую ширину, даны на рис. 2.2–2.4, см. [57].

На рисунке 2.2 представлено рассчитанное распределение интенсивности отраженного пучка нейтронов по выходной поверхности кристалла, который был использован в одном из экспериментов, описанных в предыдущей главе, по измерению внутрикристаллических электрических полей. Соответствующее экспериментально измеренное распределение приведено на рис. 2.4 (с шириной канала, превосходящей период быстрых осцилляций, то есть усредняющей интерференцию волн разной симметрии).

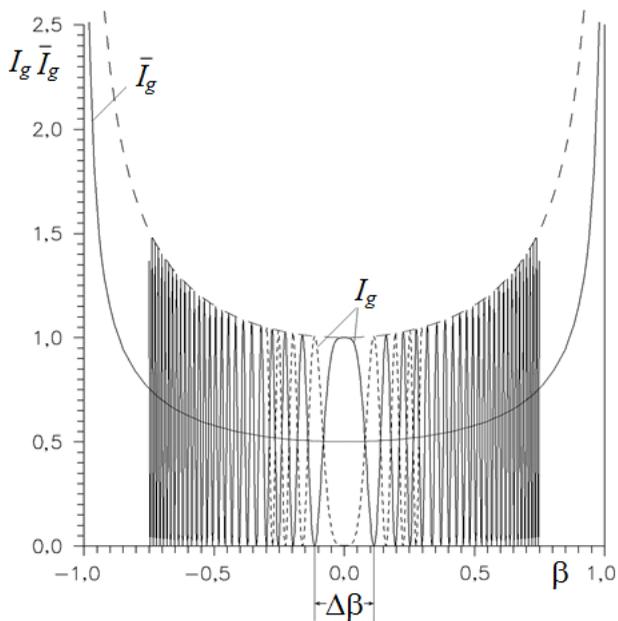


Рис. 2.2. Расчет распределения интенсивности отраженного пучка нейтронов по выходной грани кристалла, использованного в эксперименте, описанном в разделе 1.6 (рис 1.6). Плоскость (1 1 0),  $L = 0,8$  см,  $\lambda = 2$  Å. Ширина выходной щели кристалла выбрана равной ширине главного максимума ( $\approx 0,06$  см)

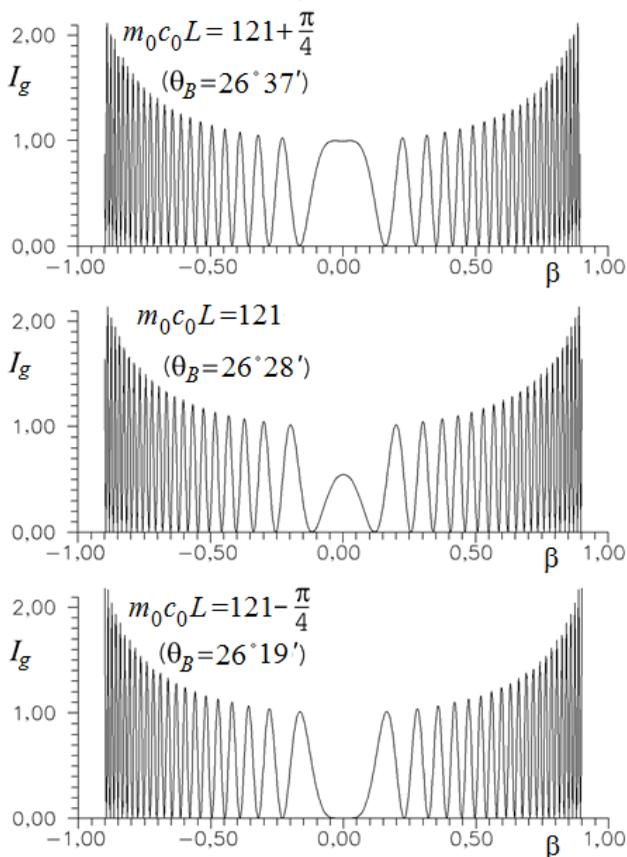


Рис. 2.3. Распределения интенсивности отраженного пучка нейтронов по выходной грани кристалла при разных углах  $\theta_B$ . Плоскость (111),  $L = 0,5$  см,  $\lambda = 2$  Å. Изменения интенсивности в центре – это маятниковые осцилляции по углу Брэгга с угловым периодом  $\Delta\theta_B^\xi$ . Выходная щель кристалла, равная ширине главного максимума, приводит к максимальной глубине модуляции интенсивности дифрагированного пучка (то есть к максимальному контрасту маятниковой картины)

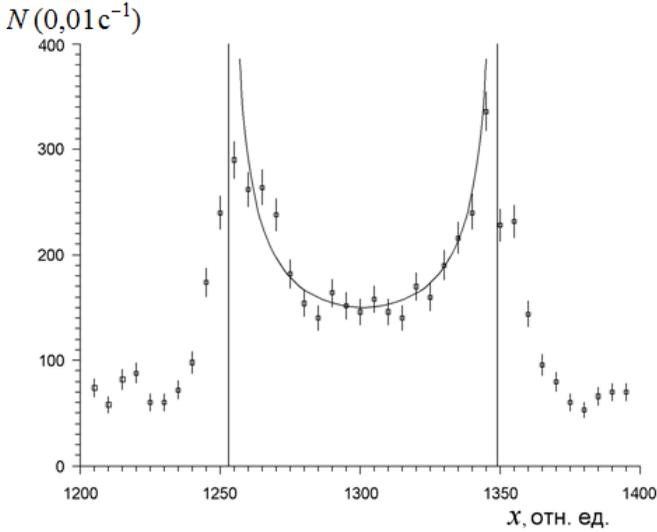


Рис. 2.4. Экспериментально измеренное (см. раздел 1.6) распределение интенсивности отраженного пучка нейтронов по выходной грани кристалла. Плоскость (110),  $L = 0,8$  см,  $\lambda = 2$  Å. Быстрые осцилляции усреднились большой ( $\sim 0,2$  см) шириной канала. 100 отн. ед. соответствуют  $\sim 0,75$  см. Полная ширина «палатки» Бормана  $\approx 0,7$  см

Угловое распределение интенсивностей по величине  $w = (\theta - \theta_B)/\gamma_B$  можно получить из (2.31), (2.33) при помощи связи  $I_0(w)dw = I_0(\beta)(dw/d\beta) d\beta$ . В результате имеем:

$$\phi = 2m_0c_0L\sqrt{1-\beta^2} = \frac{2m_0c_0L}{\sqrt{1+w^2}}$$

и

$$I_0(w) = \frac{(1+\beta)^2}{2(1-\beta^2)^{3/2}} \frac{d\beta}{dw} (1+\sin\phi) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{w}{\sqrt{1+w^2}} \right]^2 (1+\sin\phi), \quad (2.35)$$

$$I_s(\beta) = \frac{(1-\sin\phi)}{2\sqrt{1-\beta^2}} \frac{d\beta}{dw} = \frac{1}{1+w^2} \frac{(1-\sin\phi)}{2}. \quad (2.36)$$

Соответствующие угловые распределения интенсивности приведены на рис. 2.5, 2.6.

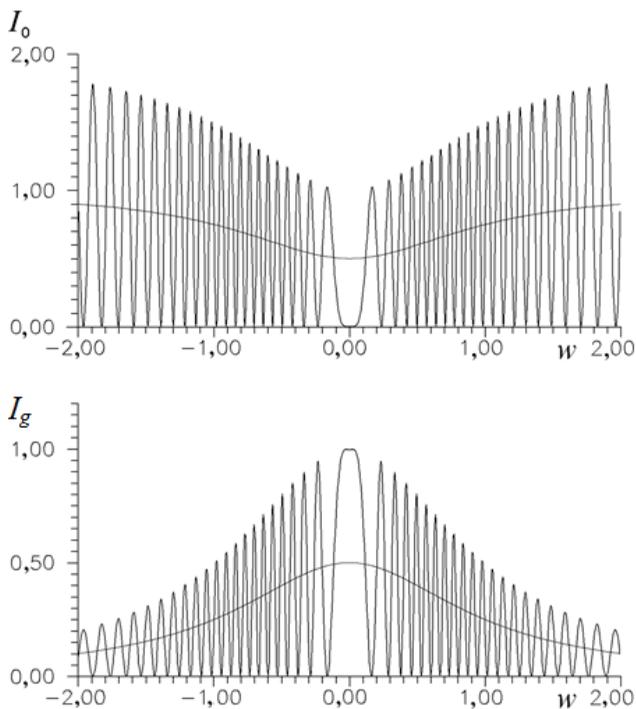


Рис. 2.5. Угловое распределение интенсивностей в прямом и отраженном дифрагированных пучках для падающего на кристалл  $\alpha$ -кварца монохроматического расходящегося пучка с постоянной угловой плотностью. Плоскость (111),  $L = 0,5$  см,  $\lambda = 2 \text{ \AA}$ ,  $m_{\text{ос}}L = 120$ ,  $w = \Delta\theta/\gamma_B$ ,  $\Delta\theta = \theta - \theta_B$  – угол отклонения от брэгговского направления. Усреднение по осцилляциям интенсивности отраженного пучка дает лоренцевскую кривую с шириной по  $w$  на половине высоты, равной 2 или  $2\gamma_B$  по углу  $\Delta\theta$

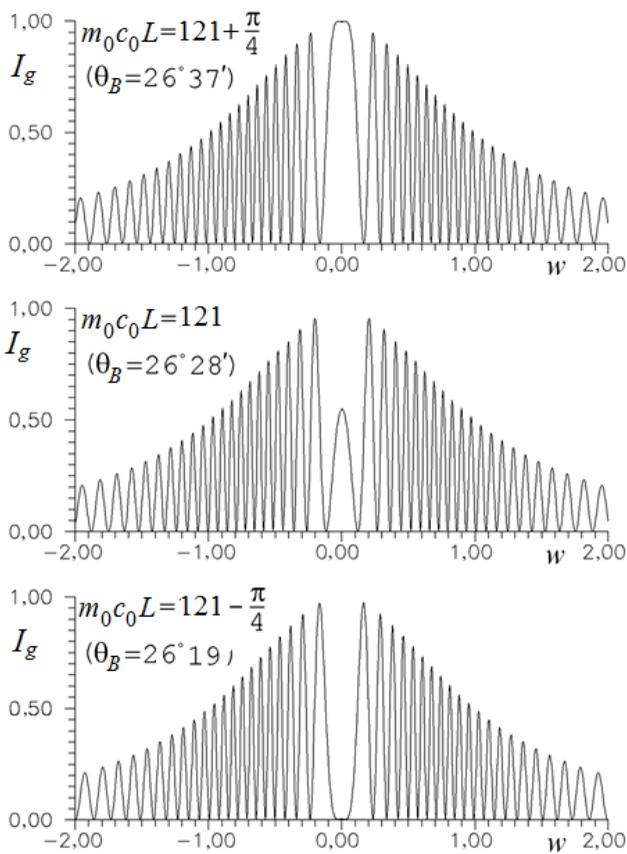


Рис. 2.6. Угловые распределения интенсивности в отраженном пучке нейтронов при разных углах  $\theta_B$ . Начало координат соответствует брэгговскому направлению. Плоскость (111),  $L = 0,5$  см,  $\lambda = 2$  Å. Изменения интенсивности в центре есть маятниковые осцилляции с угловым периодом (по углу Брэгга)  $\Delta\theta_B^\xi$

Период маятниковых осцилляций определяется условием

$$\Delta\phi = \frac{2m_0(1+c_0^2)L}{\sqrt{1+w^2}} \Delta\theta_B = 2\pi.$$

Откуда для периода осцилляции по углу Брэгга получаем:

$$\Delta\theta_B^\xi = \frac{\pi\sqrt{1+w^2}}{m_0(1+c_0^2)L}. \tag{2.37}$$

Пространственный период  $\xi_g$  (длины экстинкции) маятниковых биений (при точном выполнении брэгговского условия  $w = 0$ ) удобно также переписать в обозначениях Като:

$$\xi_g = \frac{2\pi g}{U_g \operatorname{tg}\theta_B} = \frac{\pi}{m_0 c_0}, \quad (2.38)$$

аналогично можно переписать и выражение для угловой брэгговской полуширины:

$$\gamma_B = \frac{U_g}{k_B^2 \sin 2\theta_B} = \frac{2U_g \operatorname{tg}\theta_B}{g^2} = \frac{m_0 c_0 d}{\pi} = \frac{d}{\xi_g}. \quad (2.39)$$

Заметим, что при увеличении  $c_0$  экстинкционная длина убывает, тогда как брэгговская ширина увеличивается. В дальнейшем будем рассматривать случай дифракции нейтронов в симметричной схеме Лауэ при углах Брэгга, близких к  $\pi/2$ , то есть когда  $c_0 = \operatorname{tg}\theta_B \gg 1$ . В этом случае удобно ввести «скользящий» угол Брэгга  $\tilde{\theta}_B = \pi/2 - \theta_B \ll 1$ , то есть угол между направлением импульса падающего нейтрона и поверхностью кристалла. Тогда  $c_0 \approx \tilde{\theta}_B^{-1}$  и  $Lc_0 \gg l$  ( $l$  – размер кристалла вдоль  $g$ , то есть оси  $x$ ). При этом для всех дифрагирующих нейтронов будет выполняться условие  $\beta \approx w \ll 1$ , поскольку  $w_{\max} = l/Lc_0 \ll 1$ . Весь размер  $l$  в этом случае является «выходной щелью». Некоторые величины, характеризующие дифракцию нейтронов на кристалле  $\alpha$ -кварца толщиной  $L = 5$  см при  $c_0 = 30$  ( $\tilde{\theta}_B = \pi/2 - \theta_B \approx 2^\circ$ ) приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

**Величины, характеризующие дифракцию нейтронов в нецентросимметричном кристалле  $\alpha$ -кварца для ряда систем кристаллографических плоскостей  $hkl^*$**

$hkl$	111	121	142	133	110
$m_0, 1/\text{см}$	483	222,5	75,45	13,4	675
$\Delta\theta_B^\xi$	0,3"	0,6"	1,8"	10"	0,2"
$\xi_{g, \text{мкм}}$	2,2	4,7	14	78	1,55
$\lambda = 2d, \text{Å}$	4,47	3,08	1,76	1,98	4,91
$\gamma_B$	20,6"	6,5"	1,3"	0,25"	31,6"
$10^{-8}E_g, \text{В/см}$	-2,28	-1,85	1,84	-1,35	-2,03
$10^7 m_0^D, 1/\text{см}$	3,86	2,19	1,25	1,03	3,83
$\Gamma_\varphi$	0,027"	0,018"	0,011"	0,012"	0,029"

\*  $L = 5$  см,  $c_0 = 30$ . Величины  $m_0^D$ ,  $\Gamma_\varphi$  определены ниже (см. формулы (2.55), (2.64)).

### 2.1.2. Электрического поле кристалла без центра симметрии

Из выражений (1.17) и (2.41) следует, что в нецентросимметричном кристалле в результате электромагнитного взаимодействия нейтрона возникает добавочная разность между волновыми векторами  $\mathbf{k}^{(1)}$  и  $\mathbf{k}^{(2)}$ , которая зависит от направления спина нейтрона и приводит к добавочной фазе маятниковой картины  $\Delta\phi^{EM}$ . Для фиксированного направления спина при точном выполнении условия Брэгга  $\Delta\phi^{EM}$  имеет вид (см. (2.14), (1.17))

$$\Delta\phi^{EM} = \Delta\phi_{EM}^{(1)} - \Delta\phi_{EM}^{(2)} = -\frac{2\left[\mu(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H}_g^S) + D(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{E}_g)\right]}{\hbar v_{\parallel}}. \quad (2.40)$$

Для спина нейтрона, направленного параллельно магнитному полю  $\mathbf{H}_g^S$ , сдвиг маятниковой фазы в результате переворота спина будет определяться выражением (1.43). Напомним его:

$$\Delta\phi^S = \Delta\phi_+^S - \Delta\phi_-^S = \frac{4\mu H_g^S L}{\hbar v_{\parallel}} = g_n \frac{eE_g L}{m_p c^2}. \quad (2.41)$$

Это выражение отражает следующее важное обстоятельство: величина  $\Delta\phi^S$  не зависит от длины волны (или от угла Брэгга), а определяется исключительно характеристиками кристалла.

Когда спин параллелен электрическому полю  $\mathbf{E}_g$ , для соответствующего сдвига фазы, обусловленного наличием ЭДМ нейтрона, получим:

$$\Delta\phi^D = \frac{4DE_g L}{\hbar v_{\parallel}} = \frac{4DE_g L}{\hbar v} \operatorname{tg}\theta_B. \quad (2.42)$$

Величина  $\Delta\phi^D$  возрастает с увеличением угла Брэгга  $\theta_B$  как  $c_0 = \operatorname{tg}\theta_B$  и формально становится неограниченной при  $\theta_B = \pi/2$ .

Выражения (2.41) и (2.42) имеют простой физический смысл. Нейтроны в состояниях (1) и (2), двигаясь в кристалле со скоростью  $v_{\parallel}$  вдоль кристаллографических плоскостей, находятся под воздействием электрических полей  $\pm E_g$  соответственно. В системе отсчета, связанной с нейтроном, его добавочная фаза, обусловленная электромагнитным взаимодействием, есть

$$\Delta\phi^{(1,2)} = \pm\omega t,$$

где

$$\omega = \frac{2\left[\mu(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H}_g^S) + D(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{E}_g)\right]}{\hbar},$$

и  $t = L/v_{\parallel}$  – время прохождения нейтрона через кристалл. Разность

$$\Delta\phi^{(2)} - \Delta\phi^{(1)} = -2\omega L / v_{\parallel}$$

определяет добавочную фазу маятниковой картины для определенной ориентации спина. Поэтому изменение направления спина, параллельного  $\mathbf{H}_g^S$ , приводит к сдвигу фазы  $\Delta\phi^S = 4\mu H_g^S L / \hbar v_{\parallel}$ , который совпадает с (2.41). Величина  $\Delta\phi^S$  не зависит от скорости нейтрона (и поэтому от энергии, от угла Брэгга и длины волны нейтрона  $\lambda$ ), так как поле  $H_g^S$  само пропорционально скорости  $v_{\parallel}$ .

С другой стороны, сдвиг фазы  $\Delta\phi^D$  определяется временем прохождения нейтрона через кристалл  $t = L/v_{\parallel}$  и поэтому пропорционален  $\text{tg } \theta_B$ , поскольку  $v_{\parallel} = v_{\perp} / \text{tg } \theta_B$ .

Отсутствие зависимости  $\Delta\phi^S$  от угла Брэгга  $\theta_B$ , в принципе, можно использовать для исключения вклада в  $\Delta\phi$  от швингеровского взаимодействия, например, путем измерения  $\Delta\phi$  при двух различных углах  $\theta_B$ .

В случае когда  $\tilde{\theta}_B \ll 1$ ,  $c_0 = \text{tg } \theta_B \approx 1 / \tilde{\theta}_B$ , имеем  $v_{\parallel} \approx v_{\perp} \tilde{\theta}_B \ll v$ , поэтому, используя для измерений углы  $\tilde{\theta}_B = 1/10 - 1/30$ , эффект от ЭДМ нейтрона можно увеличить более чем на порядок.

## 2.2. Ведущее магнитное поле и более точное вычисление сдвигов маятниковых фаз

Чтобы спин нейтрона во время прохождения через кристалл был параллелен или антипараллелен электрическому полю  $\mathbf{E}_g$ , необходимо приложить к кристаллу внешнее (ведущее) магнитное поле  $\mathbf{H}_L$ . В противном случае спин (например, первоначально параллельный  $\mathbf{E}_g$ ), будет вращаться вокруг швингеровского магнитного поля  $\mathbf{H}_g^S$  (так как  $\mu H_g^S \gg DE_g$ ) с частотой

$2 \left[ (\mu H_g^S)^2 + (DE_g)^2 \right]^{1/2} / \hbar$ , которая не зависит от ориентации спина, поэтому изменение направления спина не приведет к изменению фазы (см. [71]).

Направим ведущее магнитное поле  $\mathbf{H}_L$  вдоль  $\mathbf{g}$  (то есть параллельно электрическому полю  $\mathbf{E}_g$ ) с максимально возможной точностью. Обозначим компоненту магнитного поля, параллельную  $\mathbf{E}_g$ , через  $\mathbf{H}_L^{\parallel}$  и перпендикулярную к  $\mathbf{E}_g$ , через  $\mathbf{H}_L^{\perp}$ ;  $H_L^{\parallel} = H_L \cos \alpha_d$ ,  $H_L^{\perp} = H_L \sin \alpha_d$ , где  $\alpha_d$  – угол между направлениями  $\mathbf{H}_L$  и  $\mathbf{E}_g$  ( $\alpha_d \ll 1$ ). Тогда  $\mathbf{H}_L = \mathbf{H}_L^{\parallel} + \mathbf{H}_L^{\perp}$ , и полное магнитное поле, действующее в кристалле на нейтрон, равно

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_L + \mathbf{H}_S \quad (\mathbf{H}_S \equiv \pm \mathbf{H}_g^S). \quad (2.43)$$

Здесь различные знаки соответствуют разным типам волновых функций нейтрона в кристалле (индексы (1), (2) опущены).

Определим поле  $\mathbf{h}$ , действующее на нейтрон следующим образом:

$$V^{EM} = -(\boldsymbol{\mu}\mathbf{H} + D\mathbf{E}) \equiv -\mathbf{h}\boldsymbol{\sigma}, \quad (2.44)$$

где

$$\mathbf{h} = \boldsymbol{\mu}\mathbf{H} + D\mathbf{E} \quad (\mathbf{H} = \mathbf{H}_L \pm \mathbf{H}_g^S, \mathbf{E} = \pm \mathbf{E}_g). \quad (2.45)$$

Если спин нейтрона параллелен этому полю ( $\mathbf{S} \uparrow \uparrow \mathbf{h}$ ), то добавочная фаза  $\Delta\phi_+^{(1,2)}$ , связанная с электромагнитным взаимодействием, для соответствующих нейтронных волн будет иметь вид

$$\begin{aligned} \Delta\phi_+^{(1,2)} &= -\frac{h^{(1,2)}L}{\hbar v_{\parallel}} = \\ &= -\frac{\boldsymbol{\mu}H_{\text{tot}}L}{\hbar v_{\parallel}} \left[ 1 \pm \frac{2DE_g H_L \cos \alpha_d}{\boldsymbol{\mu}H_{\text{tot}}^2} \pm \frac{2H_g^S H_L \sin \alpha_d \cos \beta_d}{H_{\text{tot}}^2} \right]^{1/2} \equiv \\ &\equiv -\frac{\boldsymbol{\mu}H_{\text{tot}}L}{\hbar v_{\parallel}} \left[ 1 \pm \frac{2H_L (DE_g \cos \alpha_d + \boldsymbol{\mu}H_g^S \sin \alpha_d \cos \beta_d)}{\boldsymbol{\mu}H_{\text{tot}}^2} \right]^{1/2} = \\ &= -\frac{\boldsymbol{\mu}H_{\text{tot}}L}{\hbar v_{\parallel}} \left[ 1 \pm \frac{2\boldsymbol{\mu}H_{\text{eff}} H_L}{\boldsymbol{\mu}H_{\text{tot}}^2} \right]^{1/2}, \end{aligned} \quad (2.46)$$

где

$$H_{\text{tot}} = \sqrt{(\mathbf{H}_g^S)^2 + (\mathbf{H}_L)^2},$$

$$\boldsymbol{\mu}H_{\text{eff}} \equiv DE_g \cos \alpha_d + \boldsymbol{\mu}H_g^S \sin \alpha_d \cos \beta_d.$$

$\beta_d$  – угол между векторами  $\mathbf{H}_L^{\perp}$  и  $\mathbf{H}_g^S$  (отсчитывается от направления  $\mathbf{H}_g^S$ ).

Раскладывая в ряд выражение (2.46), для добавочной разности фаз  $\Delta\phi_+ = \Delta\phi_+^{(2)} - \Delta\phi_+^{(1)}$ , определяющей смещение маятниковой картины (при  $\mathbf{S} \uparrow \uparrow \mathbf{h}$ ) за счет электромагнитного взаимодействия, получим:

$$\Delta\phi_+ = \frac{2L}{\hbar v_{\parallel}} \frac{H_L}{H_{\text{tot}}} (DE_g \cos \alpha_d + \boldsymbol{\mu}H_g^S \sin \alpha_d \cos \beta_d)(1 + \rho), \quad (2.47)$$

где

$$\rho = \frac{1}{2} \left( \frac{\mu H_{\text{eff}}}{\mu H_L} \right)^2 \left[ 1 + \left( \frac{H_g^S}{H_L} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (2.48)$$

Величина  $H_g^S$ , например, при  $\theta_B = 1/20$  для плоскости (111)  $\alpha$ -кварца равна 0,1 Гс. Тогда при  $\sin \alpha_d \sim 10^{-3} - 10^{-4}$  (что при  $D = 10^{-25} \text{ e} \cdot \text{см}$  соответствует  $DE_g \sim (0,1 - 1) \mu H_g^S \sin \alpha_d$ ) будем иметь

$$\left( H_{\text{eff}} / H_g^S \right)^2 \sim \sin^2 \alpha_d \sim 10^{-6} - 10^{-8}.$$

Если  $H_L \sim 1$  Гс, то величина  $\rho \sim (H_{\text{eff}} / H_L)^2 \sim 10^{-8} - 10^{-10}$ . Пренебрегая  $\rho$ , для изменения фазы маятниковой картины  $\Delta\phi$  при перевороте спина, параллельного  $\mathbf{H}_L$ , получим:

$$\Delta\phi = \Delta\phi_+ - \Delta\phi_- = \frac{4E_g L}{\hbar} \frac{H_L}{H_{\text{tot}}} \left( \frac{D \cos \alpha_d}{v_{\parallel}} + \frac{\mu \sin \alpha_d \cos \beta_d}{c} \right). \quad (2.49)$$

Отметим, что здесь мы еще пренебрегли поправкой, связанной с тем, что направление ведущего поля (и, соответственно, спина нейтрона) не совпадает с направлениями магнитных полей  $\mathbf{H}^{(1)}$  и  $\mathbf{H}^{(2)}$ . В результате спин в двух различных состояниях нейтрона будет прецессировать внутри кристалла вокруг несколько отличающихся осей (с практически равными частотами), что приводит к уменьшению эффективной поляризации нейтронного пучка<sup>3</sup>.

### 2.3. Двухкристальная установка. Качественное рассмотрение

Для измерения сдвига фазы маятниковой картины удобно использовать двухкристальную установку [41, 42] (рис. 2.7). Основным достоинством такой схемы является ахроматичность, что позволяет проводить измерения для многих длин волн (углов  $\theta_B$ ) одновременно и тем самым существенно увеличить светосилу.

---

<sup>3</sup> Эта поправка в общем случае  $\sim (H^S/H_L)^2$ . Но ее можно уменьшить до величины  $\sim \rho$  выбором толщины кристалла (или величины поля  $H_L$ ) так, чтобы угол поворота спина был кратен  $2\pi$ . Тогда спин нейтрона на выходной грани кристалла будет снова параллелен  $H_L$  для обоих состояний.

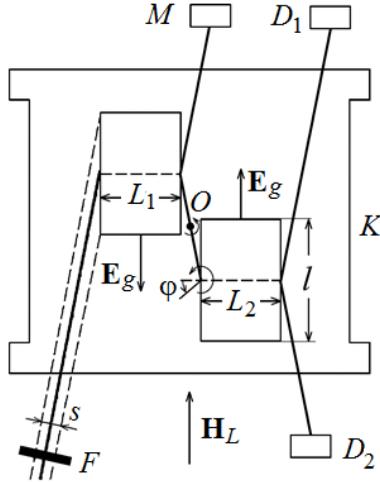


Рис. 2.7. Возможная схема установки:  $F$  – флиппер;  $D_1, D_2$  – детекторы;  $M$  – монитор пучка;  $K$  – катушка ведущего магнитного поля;  $s$  – эффективный размер пучка, «видимый» первым кристаллом;  $O$  – ось вращения всей установки

В этом пункте дадим качественное рассмотрение работы такой установки. Рассматриваем случай больших углов Брэгга, когда размер «палатки» Бормана на задней грани кристалла существенно превышает высоту кристалла  $l$  (по оси  $x$ ), см. рис. 2.1, 2.7, то есть через кристалл могут пройти и выйти через его выходную грань только нейтроны, для которых  $w \ll 1$ . Считаем также кристалл достаточно толстым, то есть  $L \gg \xi_g$ , так что величина фазы  $2m_0c_0L \gg 1$ .

Пусть на первый кристалл падают поляризованные нейтроны с непрерывным и равномерным энергетическим распределением (вблизи  $\lambda = 4,4 \text{ \AA}$ ), а также угловым – в пределах  $\Delta\theta_B = 10^{-2} - 10^{-3} \gg \gamma_B$ .

На второй кристалл могут попасть только те нейтроны, которые отражены первым кристаллом, то есть те, для которых выполняются условие Брэгга (то есть  $w \ll 1$ ) и условие на фазы маятниковой картины, отвечающее максимумам интенсивности отраженных волн:

$$I_{gn}(1) = \sin^2 m_0^+ c_{0n}^+ L_1 = 1, \quad (2.50)$$

см. (2.33), (2.34), (2.36). Здесь и далее для удобства мы будем опускать набравшую (из-за сферичности волны) фазу  $\pi/4 \ll m_0c_0L$ , поскольку ее можно скомпенсировать, например, введя эффективные толщины кристаллов, которые отличаются на четверть экстинкционной длины от реальных толщин, нам же будет важна их разность, а не абсолютные величины. То есть

$$\phi_n^+ = m_0^+ c_{0n}^+ L_1 = \frac{\pi}{2} (2n+1). \quad (2.51)$$

Это условие определяет набор углов  $\tilde{\theta}_{Bn}^+ \approx (c_{0n}^+)^{-1}$  (и, соответственно, длин волн) для нейтронов, которые пропускают первый кристалл в дифрагированный пучок, попадающий на второй кристалл. Таким образом, первый кристалл является фазовым сепаратором пучка.

При изменении направления спина ( $\mathbf{S} \uparrow \downarrow \mathbf{E}_g$ ) полная интенсивность отраженных первым кристаллом нейтронов не изменится, изменится лишь набор углов  $\tilde{\theta}_{Bn}^- \approx (c_{0n}^-)^{-1}$ , который определится аналогичным (2.51) соотношением. В результате получаем:

$$c_{0n}^\pm = \frac{\pi (2n+1)}{2 m_0^\pm L_1}. \quad (2.52)$$

Здесь мы ввели  $m_0^\pm$  – массы Като с учетом электромагнитного взаимодействия. Знак относится к нейтронам с противоположными направлениями спинов:

$$m_0^\pm = m_0 \pm m_0^{EM}, \quad (2.53)$$

так что сдвиг маятниковой фазы, вызванный переверотом спина, будет равен

$$\Delta\varphi = 4m_0^{EM} c_0 L_1. \quad (2.54)$$

Сравнивая (2.54) и (2.49), получаем:

$$\begin{aligned} m_0^{EM} &= \frac{H_L}{H_{\text{tot}}} \frac{E_g}{\hbar v_\perp} \left( D \cos \alpha_d + \mu \frac{v_\parallel}{c} \sin \alpha_d \cos \beta_d \right) \equiv \\ &\equiv \frac{H_L}{H_{\text{tot}}} \left( m_0^D \cos \alpha_d + m_0^S \sin \alpha_d \cos \beta_d \right), \end{aligned} \quad (2.55)$$

где  $m_0^D$  и  $m_0^S$  – массы Като, определяемые взаимодействиями ЭДМ и магнитного момента нейтрона с межплоскостным электрическим полем соответственно.

Второй кристалл является анализатором. При параллельном положении кристаллов, в случае, когда их поля  $\mathbf{E}_g$  параллельны, пространственные периоды маятниковых осцилляций (экстинкционные длины) в обоих кристаллах совпадают для всех длин волн независимо от поляризации. Поэтому переверот спина не изменяет интенсивности  $I_0(2)$  и  $I_g(2)$  прямого и отраженного пучков, продифрагировавших во втором кристалле.

Чтобы получить чувствительность к направлению спина, нужно электрические поля кристаллов сориентировать антипараллельно ( $\mathbf{E}_g(1) \uparrow \downarrow \mathbf{E}_g(2)$ ). В этом случае переворот спина приведет к противоположным по знаку изменениям длин экстинкции в кристаллах для нейтронов, отраженных первым кристаллом, и в результате к изменению интенсивностей  $I_{0,g}(2)$  прямого и отраженного пучков.

Интенсивности отраженных пучков  $I_g^\pm(2)$  для двух направлений спина при  $w_g \ll 1$  имеют вид

$$\begin{aligned} I_g^\pm(2) &= \sum_n \sin^2 \left( m_0^\mp c_{0n}^\pm L_2 \right) = \sum_n \sin^2 \left[ m_0^\mp \frac{(2n+1)\pi}{2m_0^\pm L_1} L_2 \right] = \\ &= \sum_n \sin^2 \left[ \frac{(2n+1)\pi L_2}{2L_1} \left( 1 \mp \frac{2m_0^{EM}}{m_0} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Таким образом, если толщины кристаллов одинаковы ( $L_1 = L_2$ ), то изменение интенсивности  $\Delta I_g(2) = I_g^+(2) - I_g^-(2)$  за счет переворота спина будет практически нулевым, поскольку интенсивности находятся вблизи максимума (где производная близка к нулю), так что толщины кристаллов должны отличаться. Из (2.56) имеем:

$$\begin{aligned} \Delta I_g(2) &= \sum_n \sin \left[ \frac{(2n+1)\pi L_2}{L_1} \right] \left( \frac{2m_0^{EM}}{m_0} \frac{(2n+1)\pi L_2}{L_1} \right) \\ &= \sum_n 4m_0^{EM} c_{0n} L_2 \sin 2m_0 c_{0n} \Delta L, \end{aligned} \quad (2.57)$$

где

$$c_{0n} = \frac{\pi (2n+1)}{2 m_0 L_1} \approx \tilde{\theta}_B^{-1}$$

и  $\Delta L = L_2 - L_1$ . Из (2.57) следует, что эффект максимален, если  $2m_0 c_{0n} \Delta L = \pi/2, 3\pi/2 \dots$ , то есть для  $\Delta L = \xi_g/4, 3\xi_g/4 \dots$ . Причем в изменение интенсивности вносит вклад вся область углов  $\theta_B$  ( $\theta_{B0} - \Delta\theta_B/2 \leq \theta_B \leq \theta_{B0} + \Delta\theta_B/2$ ), для которой выполняется условие  $\sin 2m_0 c_{0n} \Delta L \geq 0$ . Этот интервал углов

$$\Delta\theta_B \approx (L / 2\Delta L) \Delta\theta_B^\xi \quad (L_2 \approx L_1 \equiv L) \quad (2.58)$$

может существенно (в  $\sim 10^4$ – $10^5$  раз) превышать величину  $\Delta\theta_B^\xi$ . Данное обстоятельство отражает многоканальность установки, что является очень важным с точки зрения увеличения светосилы прибора по сравнению с однокристалльным вариантом [44, 45].

## 2.4. Двухкристальная установка. Вычисление интенсивностей

Проведем более точное вычисление интенсивности отраженного вторым кристаллом пучка для случая  $\tilde{\theta}_B^{-1} \gg 1$  и  $w \ll 1$ . Угловое распределение интенсивности протифрагировавших в первом кристалле нейтронов с заданной длиной волны (то есть  $\theta_B$ ) и поляризацией («+» или «-») будет определяться выражением (см.(2.33), (2.34))

$$I_g^\pm = \sin^2 \left[ m_0 c_0 L_1 \left( 1 - \frac{\omega^2}{2\gamma_B^2} \right) \right], \quad (2.59)$$

где мы обозначили  $\omega \equiv \Delta\theta = \theta - \theta_B$  (угол отклонения от точного брэгговского значения,  $w = \omega/\gamma_B$ ) и опять опустили постоянную фазу  $\pi/4$ . На рис. 2.8 представлено это распределение (2.59) для  $m_0 c_0 L_1 = 72\,450$ .

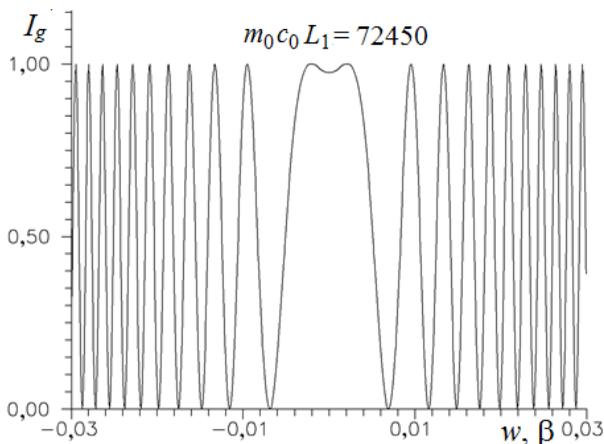


Рис. 2.8. Угловое распределение интенсивности пучка дифрагированных нейтронов после первого кристалла ( $L_1 \approx L_2 = L = 5$  см,  $c_0 = 30$ ). Оно совпадает с распределением интенсивности по выходной грани кристалла (для центрального падающего пучка), поскольку  $w \approx \beta = x/Lc_0$ , где  $x$  – расстояние в направлении  $\mathbf{g}$  между точками входа и выхода нейтрона из кристалла. Размер рисунка по оси  $x$  соответствует полному размеру кристалла  $l = 10$  см

Если угол между входными гранями кристаллов (в плоскости дифракции) обозначить через  $\varphi$ , то полная интенсивность нейтронов, отраженных вторым кристаллом, будет<sup>4</sup>

$$I_g^\pm(2) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} d\omega \sin^2 \left[ \frac{m_0^\pm L_2}{\tilde{\theta}_B} \left( 1 - \frac{(\omega + \varphi)^2}{2\gamma_B^2} \right) \right] \times \\ \times \sin^2 \left[ \frac{m_0^\pm L_1}{\tilde{\theta}_B} \left( 1 - \frac{\omega^2}{2\gamma_B^2} \right) \right] \equiv I_g(2) \pm I_g^{EM}. \quad (2.60)$$

Пределы интегрирования  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  в (2.60) определяются размерами кристаллов  $L_{1,2}$ ,  $l$  и положением входа пучка в первый кристалл. Для центрального пучка и размеров кристаллов  $L$  и  $l = 2L$  будем иметь:  $\omega_1 = \gamma_B \tilde{\theta}_B$ ,  $\omega_2 = \gamma_B \tilde{\theta}_B - |\varphi|$ . Тогда, пренебрегая быстро осциллирующими членами (они исчезают при дальнейшем интегрировании по  $\lambda$ ), получим:

$$I_g(2) = \frac{1}{4} (2\gamma_B \tilde{\theta}_B - |\varphi|) \left[ 1 + \frac{1}{2} \cos \left( \frac{2m_0 \Delta L}{\tilde{\theta}_B} \right) \frac{\sin X}{X} \right], \quad (2.61)$$

где

$$X = \frac{2m_0 L_2 \varphi}{\gamma_B} = \frac{2\pi}{c_0 \gamma_B} \frac{L_2}{\xi_g} \varphi = \frac{2\pi L_2 \varphi}{c_0 d}. \quad (2.62)$$

Изменение интенсивности отраженных вторым кристаллом нейтронов при перевороте спина ( $\Delta I_g = I_g^- - I_g^+ = 2I_g^{EM}$ ) будет равно

$$\Delta I_g = \frac{1}{2} (2\gamma_B \tilde{\theta}_B - |\varphi|) \frac{2m_0^{EM} L}{\tilde{\theta}_B} \left[ \sin \left( \frac{2m_0 \Delta L}{\tilde{\theta}_B} \right) \right] \frac{\sin X}{X}. \quad (2.63)$$

Выражения (2.61), (2.63) имеют резкий максимум (или минимум, в зависимости от величины  $\Delta L / \tilde{\theta}_B$ ) по  $\varphi$  при  $\varphi = 0$  с угловой шириной  $\Gamma_\varphi$  (см. (2.62), а также табл. 2.1 и рис. 2.9–2.12):

$$\Gamma_\varphi = c_0 \gamma_B \frac{\xi_g}{L_2} = \frac{c_0 d}{L_2} \ll \gamma_B. \quad (2.64)$$

Поэтому в (2.61), (2.63) мы пренебрегли членами  $\varphi / \gamma_B \tilde{\theta}_B$  и  $L\varphi^2 / \gamma_B^2 \Delta L$ .

---

<sup>4</sup> Теория двухкристального рентгеновского спектрометра в плосковолновом приближении дана в [80].

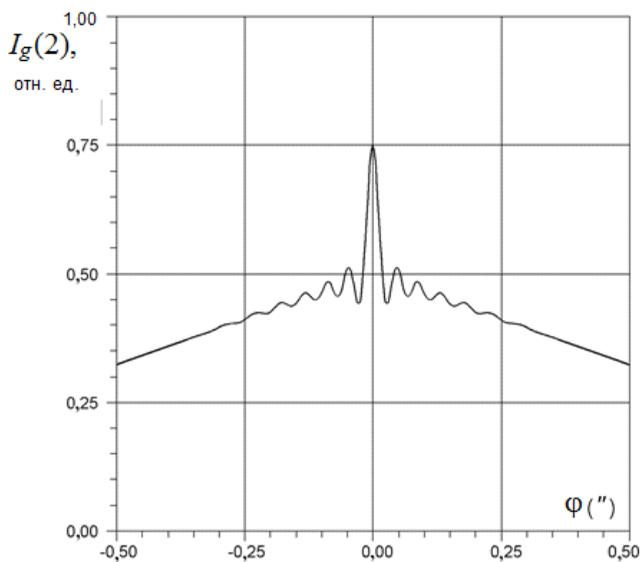


Рис. 2.9. Зависимость полной интенсивности  $I_g(2)$  от угла  $\varphi$  для почти монохроматического пучка ( $\Delta\theta_B \sim 10^{-4}$ ) при значении  $c_0 = 40$ . Получена численным интегрированием выражения (2.60). Аналитическое выражение (2.61) дает практически совпадающий результат. Здесь  $L = 5$  см,  $l = 10$  см,  $\Delta L = 1,6 \cdot 10^{-4}$  см

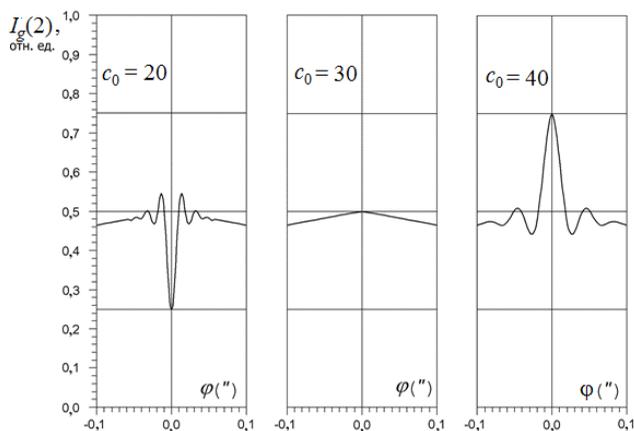


Рис. 2.10. То же, что на рис. 2.9, при разных значениях  $c_0$

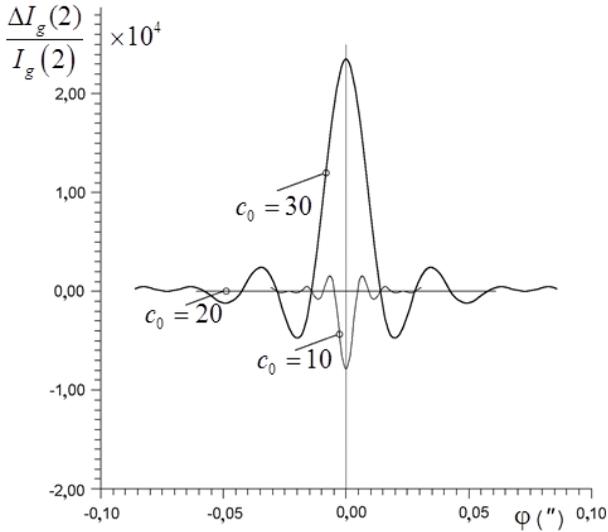


Рис. 2.11. Зависимость от угла  $\varphi$  величины  $\Delta I_g(2)/I_g(2)$ , определяющей эффект от ЭДМ нейтрона, для разных  $c_0$ . Почти монохроматические нейтроны ( $\Delta\theta_B \sim 10^{-4}$ ). Численный расчет и формула (2.61) дают практически одинаковый результат

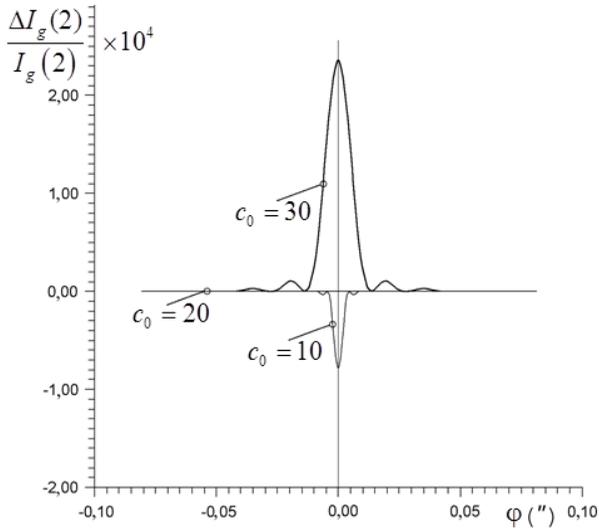


Рис. 2.12. Та же зависимость от угла  $\varphi$  величины  $\Delta I_g(2)/I_g(2)$ , проинтегрированная по углу Брэгга ( $\Delta\theta_B \sim 10^{-2}$ ) и по входной поверхности кристалла

Из (2.63) следует, что эффект максимален при  $\Delta L = (2n + 1)\xi_g/4$ . При этом узкий пик в зависимости интенсивности от  $\varphi$  (см. (2.61)) исчезает. В этом случае интенсивности прямого и отраженного пучков становятся равными, и их относительное изменение ( $\Delta I_g = -\Delta I_0$ ) определяется выражением

$$\frac{\Delta I_g}{I_g(2)} = \frac{4m_0^{EM} L}{\tilde{\theta}_B}. \quad (2.65)$$

При заданном  $\Delta L$  выбором угла  $\theta_B$  мы можем изменять  $\xi_g$ . Это позволяет при углах  $\theta_B$ , соответствующих максимуму интенсивности  $I_g(2)$  (в данном случае это  $\tilde{\theta}_B = 1/20, 1/40$ , см. рис. 2.10), выполнять юстировку параллельности кристаллов. Выбирая затем другие углы, например  $\tilde{\theta}_B = 1/10, 1/30$ , для которых эффект максимален (см. рис. 2.11, 2.12), можно проводить измерения величины  $\Delta I_g$ .

Острый пик шириной  $\sim 10^{-3}$  угловых секунды в зависимости  $I_g(2)$  от угла  $\varphi$ , аналогичный изображенному на рис. 2.9, экспериментально наблюдался на нейтронах в работе [81].

Для оценки эффектов, связанных с ЭДМ, удобны следующие формулы (см. табл. 2.1 и выражения (2.55), (2.65)):

$$m_0^D = 0,77 \cdot 10^{-7} (DE_g d) \text{ см}^{-1} \quad (2.66)$$

и

$$\frac{\Delta I_g}{I_g(2)} = \frac{4m_0^D L}{\tilde{\theta}_B} = 3,08 \cdot 10^{-7} (c_0 DE_g d L), \quad (2.67)$$

где  $D$ ,  $E$ ,  $d$  и  $L$ , соответственно, в единицах  $10^{-25} e \cdot \text{см}$ ,  $10^8 \text{ В/см}$ ,  $\text{Å}$  и  $\text{см}$ . Например, при  $c_0 = 30$ ,  $L = 5 \text{ см}$  для плоскости (111)  $\alpha$ -кварца и  $D = 1$  будем иметь (см. также рис. 2.11 и 2.12)

$$\frac{\Delta I_g}{I_g(2)} = 2,3 \cdot 10^{-4}.$$

Чтобы получить такую относительную ошибку, необходимо накопить  $2 \cdot 10^7$  событий.

## 2.5. Светосила

Светосила установки  $R_g$  определяется следующим образом:

$$N = \frac{dN}{d\lambda} R_g \Gamma, \quad (2.68)$$

где  $N$  – число нейтронов, продифрагировавших и выходящих в единицу времени из второго кристалла,  $dN/d\lambda$  – спектральная плотность падающих за единицу времени на первый кристалл нейтронов,  $\Gamma$  – геометрический фактор, определяемый размерами входной грани кристалла и выходной щели нейтронотода,

$$R_g = \frac{1}{2} \Delta\lambda_B \frac{l}{2Lc_0}, \quad (2.69)$$

где  $\Delta\lambda_B$  – брэгговская ширина в длинах волн, соответствующая угловой ширине  $2\gamma_B$ ,

$$\Delta\lambda_B = 4d \tilde{\theta}_B \gamma_B = \frac{4d \gamma_B}{c_0} = \frac{4m_0 d^2}{\pi}. \quad (2.70)$$

В рассматриваемом случае ( $l = 2L$ ) будем иметь  $R_g = 2m_0 d^2 / \pi c_0$ . В частности, при  $c_0 = 30$  и для плоскости (111)

$$R_{111} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ \AA}.$$

Часть нейтронотода, «видимая» кристаллом с  $l = 10$  см при  $c_0 = 30$  ( $\tilde{\theta}_B = 1/30$ ), составляет около 3 мм, что является половиной ширины одной секции вертикального канала холодных нейтронов реактора ВВР-М Института (ее размеры:  $6 \times 120 \text{ мм}^2$  [32]). Таким образом, для кристалла размерами  $100 \times 120 \times 50 \text{ мм}^3$  будем иметь  $\Gamma \approx 1/2$ . Из одной секции нейтронотода в единичном интервале длин волн и в области углов  $\Delta\theta_B \approx 10^{-2}$  при  $\lambda \approx 4 \text{ \AA}$  выходит следующее число нейтронов [32]:

$$\frac{dN}{d\lambda} = 1,75 \cdot 10^9 \frac{\text{нейтр.}}{\text{с} \cdot \text{\AA}}.$$

Вся область углов может быть использована, так что полная интенсивность продифрагировавших нейтронов, выходящих из второго кристалла, будет составлять  $N = 440$  нейтр./с, то есть необходимое время набора статистики ( $2 \cdot 10^7$  событий) составляет  $T = 12,5$  ч. Заметим, что при переходе к  $\tilde{\theta}_B = 1/10$  интенсивность увеличивается в шесть раз, так как в этом случае  $\Gamma = 1$  (эффект от ЭДМ при этом уменьшается в три раза).

В методе УХН для накопительного варианта соответствующая скорость счета (пересчитанная в непрерывный режим) составляет  $N = 60\text{--}70$  нейтр./с при использовании универсального источника холодных и ультрахолодных нейтронов на реакторе ВВР-М. Таким образом, использование для измерения ЭДМ нейтрона дифракции по Лауэ поляризованных нейтронов в нецентросимметричных кристаллах при углах Брэгга, близких к  $\pi/2$ , в принципе, позволяет превзойти чувствительность метода УХН, самую высокую в настоящее время.

Существуют два способа исключения эффекта от швингеровского взаимодействия. Первый – это измерения при двух углах  $\tilde{\theta}_B$  (например,  $1/30$  и  $1/10$ ). В этом случае необходимо предусмотреть возможность поворота установки на малый угол в плоскости дифракции. Второй способ состоит в повороте всей установки на  $180^\circ$  вокруг той же оси (вместе с ведущим магнитным полем). При этом в формуле (2.49) меняется знак  $\cos \alpha_d$ , знак  $\sin \alpha_d$  остается неизменным. Кроме того, полный эффект меняет знак, так как кристаллы меняются местами. В результате происходит изменение знака эффекта от швингеровского взаимодействия, а эффект от ЭДМ остается неизменным.

Заметим, что дальнейшее уменьшение углов  $\tilde{\theta}_B$  ограничено совершенством кристаллов, поскольку происходит уменьшение углового периода маятниковых осцилляций  $\Delta\theta_B^\xi \propto \tilde{\theta}_B^2$ , см. (2.37). По-видимому, необходимо выполнение условия  $\Delta\theta_B^\xi > \omega_{\text{eff}}$ , где  $\omega_{\text{eff}}$  – эффективная мозаичность кристалла, хотя этот вопрос требует дополнительного исследования.

В работах [43, 45, 71] использовались кристаллы с мозаичностью  $0,1''\text{--}0,2''$ . В принципе, известны кристаллы  $\alpha$ -кварца с  $\omega_{\text{eff}} \sim 0,02''$  [74].

Дальнейшие перспективы развития метода могут быть связаны с возможным использованием кристаллов с более высокими электрическими полями (например, для  $\text{BaTiO}_3$   $E_g \sim 10^9$  В/см, см. выше табл. 1.2), а также увеличением потока нейтронов. В частности, создание на высокопоточном реакторе ПИК Института источников холодных нейтронов позволило бы увеличить интенсивность пучков нейтронов, необходимых для дифракционных экспериментов, примерно на порядок.

## 2.6. Дифракция по Брэггу. Симметричный случай

Рассмотрим случай дифракции по Брэггу, изображенный на рис. 2.13.

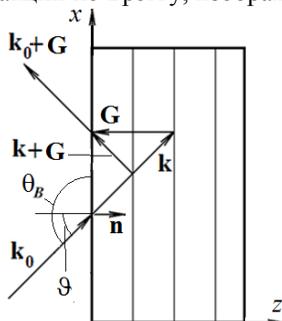


Рис. 2.13. Дифракция по Брэггу. Плоскости кристалла параллельны его входной грани:  $\mathbf{n}$  – нормаль к входной грани;  $\vartheta$  – угол падения нейтрона на кристалл;  $\theta$  – угол скольжения

Вернемся к системе уравнений (2.64)

$$\begin{aligned} [K^2 - k^2]a_0 - U_{-G}a_G &= 0, \\ -U_G a_0 + [K^2 - k_G^2]a_G &= 0, \end{aligned}$$

где  $K^2 = k_0^2 - U_0$ ,  $\mathbf{k}_G = \mathbf{k} + \mathbf{G}$ , считаем также  $U_{-G} = U_G > 0$ .

Уравнение дисперсионной поверхности (секулярное уравнение), определяющее допустимые значения волновых векторов  $\mathbf{k}$  в кристалле, запишется как

$$(K^2 - k^2)(K^2 - k_G^2) = U_G^2. \quad (2.71)$$

Нетрудно видеть, что при  $U_0 \ll k_0^2$  волновой вектор нейтрона в кристалле с учетом его только среднего потенциала (то есть среднего коэффициента преломления) можно представить в виде

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}_0 - \frac{U_0}{2k_0 \mathbf{n}} \mathbf{n} = \mathbf{k}_0 - \frac{U_0}{2k_0 \cos \vartheta} \mathbf{n}, \quad (2.72)$$

где  $\vartheta$  – угол падения нейтрона. Аналогично запишем и искомый волновой вектор нейтрона в кристалле:

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 - \frac{U}{2k_0 \mathbf{n}} \mathbf{n} = \mathbf{k}_0 - \frac{U}{2k_0 \cos \vartheta} \mathbf{n}, \quad (2.73)$$

где величину  $U$  определим из уравнения (2.71). Тогда

$$k^2 = k_0^2 - U. \quad (2.74)$$

Волновой вектор отраженной системой плоскостей  $\mathbf{G}$  волны есть

$$\mathbf{k}_G = \mathbf{k}_0 + \mathbf{G} - \frac{U}{2\mathbf{k}_0\mathbf{n}} \mathbf{n} = \mathbf{k}_0 + \mathbf{G} - \frac{U}{2k_0 \cos \vartheta} \mathbf{n}, \quad (2.75)$$

и (с точностью до членов высшего порядка малости по  $U/k_0^2$ )

$$\begin{aligned} k_G^2 &= (\mathbf{k}_0 + \mathbf{G})^2 - \frac{(\mathbf{k}_0 + \mathbf{G}, \mathbf{n})}{(\mathbf{k}_0, \mathbf{n})} U = k_{0G}^2 - \frac{\cos \vartheta_G}{\cos \vartheta} U \equiv \\ &\equiv k_0^2 - 2\Delta_G - bU, \end{aligned} \quad (2.76)$$

где  $\vartheta_G$  – угол между волновым вектором  $\mathbf{k}_{0G}$  отраженного плоскостями  $\mathbf{G}$  нейтрона и нормалью к границе,  $b = \cos \vartheta_G / \cos \vartheta$ . В знаке величины  $b$  кроется основное отличие брэгговской и лауэвской дифракции: в симметричном случае дифракции по Лауэ имеем  $b = 1$ , тогда как для симметричного случая дифракции по Брэггу  $b = -1$  (что легко увидеть из рис. 1.4 и 2.13). Используя (2.74), (2.76), имеем:

$$K^2 - k^2 = U - U_0; \quad K^2 - k_G^2 = 2\Delta_G + bU - U_0. \quad (2.77)$$

В результате уравнение (2.64) можно переписать так:

$$\begin{aligned} (U - U_0)a_0 - U_{-G}a_G &= 0, \\ -U_Ga_0 + [2\Delta_G + b(U - U_0) + U_0(b - 1)]a_G &= 0, \end{aligned} \quad (2.78)$$

и уравнение дисперсионной поверхности принимает вид

$$b(U - U_0)^2 + [2\Delta_G + U_0(b - 1)](U - U_0) - U_G^2 = 0. \quad (2.79)$$

При  $b = 1$  (дифракция по Лауэ) имеем уравнение, совпадающее с (2.2):

$$(U - U_0)^2 + 2\Delta_G(U - U_0) - U_G^2 = 0. \quad (2.80)$$

Его решение

$$U^{(1,2)} - U_0 = K^2 - k^{(1,2)2} = -\Delta_G \pm \sqrt{\Delta_G^2 + U_G^2} \quad (2.81)$$

совпадает с решением (2.3).

При  $b = -1$  (дифракция по Брэггу) уравнение (2.79) принимает вид

$$(U - U_0)^2 - 2(\Delta_G - U_0)(U - U_0) + U_G^2 = 0. \quad (2.82)$$

Его решение:

$$U^{(1,2)} - U_0 = K^2 - k^{(1,2)2} = \Delta_G - U_0 \pm \sqrt{(\Delta_G - U_0)^2 - U_G^2}, \quad (2.83)$$

откуда

$$k^{(1,2)2} - k_0^2 = -\Delta_G \mp \sqrt{(\Delta_G - U_0)^2 - U_G^2}. \quad (2.84)$$

Таким образом,

$$\mathbf{k}^{(1,2)} = \mathbf{k}_0 - \frac{U^{(1,2)}}{2k_0 \cos \vartheta} \mathbf{n} = \mathbf{k}_0 - \frac{\Delta_G \pm \sqrt{(\Delta_G - U_0)^2 - U_G^2}}{2k_0 \cos \vartheta} \mathbf{n}. \quad (2.85)$$

Вспоминая, что при заданной энергии волновой вектор падающего на кристалл нейтрона можно представить в виде

$$\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_B + \delta k_n \mathbf{n} + \delta k_t \mathbf{t},$$

где  $\delta k_n = -\Delta k \sin \vartheta$ ,  $\delta k_t = \Delta k \cos \vartheta$  и

$$\Delta k = k_B \Delta \theta = k_B (\theta - \theta_B) = \frac{\Delta_G}{k_B \sin 2\theta_B} \equiv w_G \frac{U_G}{k_B \sin 2\theta_B}.$$

Таким образом,

$$\delta k_n = -\Delta k \sin \vartheta = -\frac{\Delta_G \sin \vartheta}{k_B \sin 2\theta_B} = \frac{\Delta_G \sin \vartheta}{k_B \sin 2\vartheta} = \frac{\Delta_G}{2k_B \cos \vartheta},$$

$$\delta k_t = \Delta k \cos \vartheta = -\frac{\Delta_G \cos \vartheta}{k_B \sin 2\vartheta} = -\frac{\Delta_G}{2k_B \sin \vartheta},$$

где мы учли, что в нашем случае  $\theta_B = \vartheta + \pi/2$  и  $\sin 2\vartheta = -\sin 2\theta_B$ .

Из (2.85) получаем:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}^{(1,2)} &= \mathbf{k}_B - \frac{\Delta_G}{2k_B \sin \vartheta} \mathbf{t} + \left[ \frac{\Delta_G}{2k_B \cos \vartheta} - \frac{\Delta_G \pm \sqrt{(\Delta_G - U_0)^2 - U_G^2}}{2k_B \cos \vartheta} \right] \mathbf{n} = \\ &= \mathbf{k}_B - \frac{\Delta_G}{2k_B \sin \vartheta} \mathbf{t} \pm \frac{\sqrt{\tilde{\Delta}_G^2 - U_G^2}}{2k_B \cos \vartheta} \mathbf{n} \equiv \mathbf{k}_B - \frac{\Delta_G}{2k_B \sin \vartheta} \mathbf{t} \pm \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} \mathbf{n}. \end{aligned} \quad (2.86)$$

Здесь мы ввели величину

$$\tilde{w}_G = \frac{\Delta_G - U_0}{U_G} \equiv \frac{\tilde{\Delta}_G}{U_G},$$

которая представляет собой безразмерный параметр отклонения от условия Брэгга для преломленной на входной грани волны с волновым вектором  $\mathbf{K}$  за счет среднего потенциала кристалла.

Таким образом, из (2.86) следует, что в области параметров отклонения от условия Брэгга

$$|\Delta_G - U_0| < U_G \quad (\text{или } |\tilde{w}_G| < 1) \quad (2.87)$$

нормальная компонента волнового вектора становится чисто мнимой, то есть волна затухает и не проникает далеко вглубь кристалла, а это означает, что нейтроны полностью отражаются кристаллографическими плоскостями. Такое отражение происходит при выполнении условия Брэгга для волны внутри кристалла (с волновым вектором  $\mathbf{K}$ ), в пределах брэгговской (она еще называется дарвиновской) ширины, определяемой пределами (2.87).

Из одного из уравнений для амплитуд, например

$$-U_G a_0^{(1,2)} + \left[ \Delta_G - U_0 \mp \sqrt{(\Delta_G - U_0)^2 - U_G^2} \right] a_G^{(1,2)} = 0, \quad (2.88)$$

имеем:

$$\begin{aligned} \frac{a_G^{(1,2)}}{a_0^{(1,2)}} &= \frac{U_G}{\left( \Delta_G - U_0 \mp \sqrt{(\Delta_G - U_0)^2 - U_G^2} \right)} \equiv \\ &\equiv \frac{1}{\tilde{w}_G \mp \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}} = \tilde{w}_G \pm \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}. \end{aligned} \quad (2.89)$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \psi^{(1)} &= a_0^{(1)} e^{i\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{r}} + a_0^{(1)} \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{i[\mathbf{k}^{(1)} + \mathbf{G}]\mathbf{r}}, \\ \psi^{(2)} &= a_0^{(2)} e^{i\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{r}} + a_0^{(2)} \left( \tilde{w}_G - \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{i[\mathbf{k}^{(2)} + \mathbf{G}]\mathbf{r}}. \end{aligned} \quad (2.90)$$

Волновая функция внутри кристалла есть суперпозиция волн (1) и (2):

$$\begin{aligned} \psi &= a_1 e^{i\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{r}} + a_2 e^{i\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{r}} + \\ &+ \underbrace{a_1 \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right)}_{a_{1G}} e^{i[\mathbf{k}^{(1)} + \mathbf{G}]\mathbf{r}} + \underbrace{a_2 \left( \tilde{w}_G - \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right)}_{a_{2G}} e^{i[\mathbf{k}^{(2)} + \mathbf{G}]\mathbf{r}}, \end{aligned} \quad (2.91)$$

где амплитуды  $a_1$  и  $a_2$  определяются из граничных условий.

Граничные условия на входной грани кристалла  $\mathbf{nr} = 0$  для прямой и отраженной волн, с учетом того, что волновая функция нейтрона в области

$\mathbf{nr} < 0$  есть суперпозиция падающей и отраженной кристаллографическими плоскостями волн:

$$\Psi_{\mathbf{nr} < 0} = e^{i\mathbf{k}_0\mathbf{r}} + a_r e^{i(\mathbf{k}_0 + \mathbf{G})\mathbf{r}}, \quad (2.92)$$

имеют вид

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= 1, \\ a_1 \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) + a_2 \left( \tilde{w}_G - \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) &= a_r. \end{aligned} \quad (2.93)$$

На выходной грани  $\mathbf{nr} = L$ , поскольку волновая функция нейтрона в области  $\mathbf{nr} > L$  имеет вид

$$\Psi_{\mathbf{nr} \geq L} = a_t e^{i\mathbf{k}_0\mathbf{r}}, \quad (2.94)$$

то есть отраженная волна на задней грани кристалла отсутствует, граничные условия для прямой и отраженной волн запишутся как

$$\begin{aligned} a_1 e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L} + a_2 e^{i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L} &= a_t, \\ a_1 \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L} + a_2 \left( \tilde{w}_G - \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L} &= 0. \end{aligned} \quad (2.95)$$

Из первого условия (2.93) и второго (2.95) определяются амплитуды  $a_1$  и  $a_2$ , а второе условие (2.93) и первое (2.95) дают нам амплитуды отраженной дифрагированной и прошедшей через кристалл волн.

Заметим, что мы пренебрегли волнами, отраженными от скачков потенциала на входной и выходной гранях кристалла, как в случае дифракции по Лауэ, так и в рассматриваемом случае дифракции по Брэггу. Они могут быть определены из условия непрерывности градиентов волновой функции на границах кристалла. Однако эти волны становятся существенными только при углах скольжения к поверхности кристалла, близких к критическим углам, которые имеют порядок угловых минут для холодных нейтронов, см., например, [57, 59, 82]. Хотя мы при дифракции по Лауэ и рассматривали углы Брэгга, близкие к  $\pi/2$ , то есть достаточно малые углы скольжения, однако они в нашем случае не менее  $1^\circ$ . Коэффициент же отражения от среднего потенциала кристалла убывает пропорционально четвертой степени превышения угла скольжения над критическим углом, то есть интенсивность такой отраженной волны ничтожно мала:  $\sim (1/60)^4$ .

Таким образом, из (2.93) и (2.95) получаем:

$$a_1 \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L} + (1 - a_1) \left( \tilde{w}_G - \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L} = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{\left( \tilde{w}_G - \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L}}{\left[ \left( \tilde{w}_G - \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L} - \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L} \right]} \\
 &= \frac{1}{1 - \frac{\left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{k_B \cos \vartheta} L}}{\left( \tilde{w}_G - \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{k_B \cos \vartheta} L}}} = \frac{1}{1 - \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right)^2 e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{k_B \cos \vartheta} L}}, \quad (2.96)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_2 &= 1 - \frac{1}{1 - \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right)^2 e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{k_B \cos \vartheta} L}} = - \frac{\left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right)^2 e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{k_B \cos \vartheta} L}}{1 - \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right)^2 e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{k_B \cos \vartheta} L}}. \quad (2.97)
 \end{aligned}$$

В результате для амплитуды отраженной кристаллографическими плоскостями волны из второго уравнения (2.93) получаем:

$$\begin{aligned}
 a_r &= \frac{\left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) - \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right)^2 \left( \tilde{w}_G - \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{k_B \cos \vartheta} L}}{1 - \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right)^2 e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{k_B \cos \vartheta} L}} = \\
 &= \frac{\left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) \left[ 1 - e^{-i \frac{2\pi L}{\xi_G} \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}} \right]}{1 - \frac{\left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{-i \frac{2\pi L}{\xi_G} \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}}{\left( \tilde{w}_G - \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) - \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{-i \frac{2\pi L}{\xi_G} \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}}} = \frac{\left[ 1 - e^{-i \frac{2\pi L}{\xi_G} \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}} \right]}{\left( \tilde{w}_G - \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) - \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{-i \frac{2\pi L}{\xi_G} \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}} = \\
 &= \frac{i e^{-\frac{i\pi L}{\xi_G} \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}} \sin \frac{\pi L \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{\xi_G}}{e^{\frac{i\pi L}{\xi_G} \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}} \left[ i \tilde{w}_G \sin \frac{\pi L \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{\xi_G} - \left( \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) \cos \frac{\pi L \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{\xi_G} \right]}.
 \end{aligned}$$

Окончательно имеем:

$$a_r = \frac{1}{\tilde{w}_G + i\sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \operatorname{ctg} \frac{\pi L \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{\xi_G}}. \quad (2.98)$$

Здесь

$$\frac{2\pi}{\xi_G} \equiv \frac{U_G}{k_B \cos \vartheta}.$$

Для интенсивности отраженной кристаллом волны (коэффициента отражения) получаем:

$$I_G = |a_r|^2 = \frac{1}{\tilde{w}_G^2 + (\tilde{w}_G^2 - 1) \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi L}{\xi_G} \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}. \quad (2.99)$$

Интенсивность прошедшей через кристалл волны в первоначальном направлении определится формулой

$$I_{0t} = |a_t|^2 = 1 - I_G. \quad (2.100)$$

Читатель может самостоятельно убедиться, что формула (2.99) справедлива как при  $\tilde{w}_G^2 > 1$ , так и при  $\tilde{w}_G^2 \leq 1$ . На рисунке 2.14 приведена зависимость (2.99) при  $\pi L / \xi_G = 5$ . В пределах «дарвиновской» ширины  $\tilde{w}_G^2 \leq 1$  коэффициент отражения равен 1, за ее пределами при  $|\tilde{w}_G| \gg 1$  убывает как

$$I_G \approx \frac{\cos^2 \left( \frac{\pi L}{\xi_G} \tilde{w}_G \right)}{\tilde{w}_G^2} \approx \frac{1}{2} \frac{1}{\tilde{w}_G^2}, \quad (2.101)$$

если усреднить по быстрым осцилляциям.

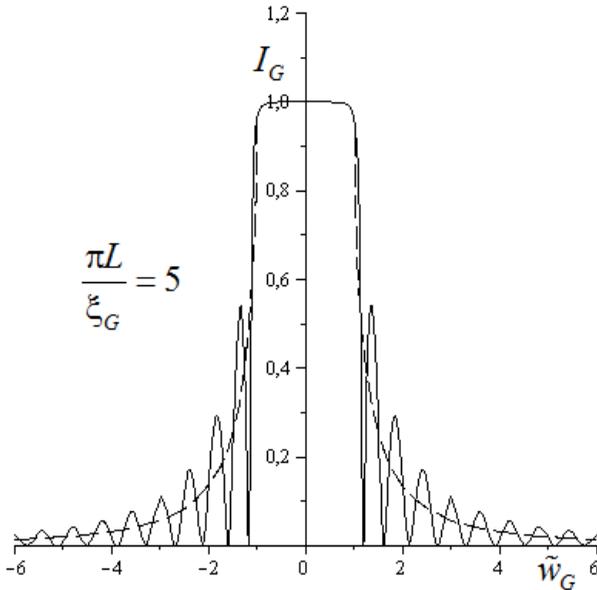


Рис. 2.14. Зависимость интенсивности отраженного кристаллом пучка нейтронов от параметра отклонения от условия Брэгга («дарвиновский столик»). *Пунктиром* изображена та же зависимость, усредненная по быстрым осцилляциям при  $|w_G| > 1$ .

Эти кривые с полушириной  $\sim 2,3$  описывают так называемый столик Дарвина

Более точный результат усреднения (2.99) по быстрым осцилляциям можно получить, используя табличный интеграл, см, например, [83]:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dx}{a^2 + b^2 \operatorname{ctg}^2 x} = \frac{1}{a(a+b)}.$$

В результате будем иметь

$$\bar{I}_G = \begin{cases} 1, & |w_G| \leq 1, \\ 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{w_G^2}}, & |w_G| > 1. \end{cases} \quad (2.102)$$

Эта зависимость и приведена *пунктиром* на рис. 2.14.

Амплитуда прошедшей через кристалл волны получается из (2.95)–(2.97):

$$\begin{aligned}
a_t &= a_1 e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L} + a_2 e^{i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L} = \\
&= \frac{e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L} - \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right)^2 e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L}}{1 - \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right)^2 e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{k_B \cos \vartheta} L}} = \\
&= \frac{1 - \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right)^2}{e^{i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L} - \frac{\left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right)^2}{\left( \tilde{w}_G - \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right)} e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L}} = \\
&= \frac{-2\sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{\left( \tilde{w}_G - \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L} - \left( \tilde{w}_G + \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \right) e^{-i \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L}} = \\
&= \frac{\sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{\sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1} \cos \left( \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L \right) - i \tilde{w}_G \sin \left( \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L \right)} = \\
&= \frac{1}{\cos \left( \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L \right) - \frac{i \tilde{w}_G}{\sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}} \sin \left( \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L \right)}. \tag{2.103}
\end{aligned}$$

Соответственно, можно вычислить и интенсивность прошедшей через кристалл волны  $I_{0t} = |a_t|^2$ . Она будет равна

$$\begin{aligned}
I_{0t} &= \frac{\tilde{w}_G^2 - 1}{\tilde{w}_G^2 - \cos^2 \left( \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L \right)} = 1 - \frac{\sin^2 \left( \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L \right)}{\tilde{w}_G^2 - \cos^2 \left( \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L \right)} = \\
&= 1 - \frac{1}{\tilde{w}_G^2 + (\tilde{w}_G^2 - 1) \operatorname{ctg}^2 \left( \frac{U_G \sqrt{\tilde{w}_G^2 - 1}}{2k_B \cos \vartheta} L \right)} = 1 - I_G, \quad (2.104)
\end{aligned}$$

что в точности совпадает с выражением (2.100), написанным из соображений сохранения тока вероятности.

### Часть 3. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ДИФРАКЦИИ НЕЙТРОНА В НЕЦЕНТРОСИММЕТРИЧНОМ КРИСТАЛЛЕ

#### ВВЕДЕНИЕ

В предыдущей главе обсуждался метод поиска ЭДМ нейтрона, основанный на зависимости фазы маятниковой картины от направления спина нейтрона при дифракции в кристалле без центра симметрии. Такая зависимость приводит к изменению при повороте спина скорости счета продифрагировавших нейтронов. Показано, что поле, в котором на пути в несколько сантиметров движется дифрагирующий нейтрон, может иметь величину, превышающую  $10^8$  В/см. Оно более чем на четыре порядка превосходит поля, используемые в методе УХН. Однако этого еще недостаточно для улучшения точности измерения ЭДМ.

Существенным обстоятельством поэтому является возможность увеличения времени пребывания нейтрона  $\tau$  в электрическом поле кристалла путем перехода к углам Брэгга, близким к  $\pi/2$ . Поскольку использование таких углов может, в принципе, дать увеличение чувствительности более чем на порядок, то важным является создание простейшей однокристалльной установки для измерения электрических полей, действующих на дифрагирующий нейтрон, при разных углах Брэгга, близких к  $\pi/2$ . Это необходимо для экспериментального выяснения, насколько угол Брэгга можно приблизить к прямому углу с сохранением величины электрического поля для кристаллов кварца с различной степенью совершенства, то есть при каких углах Брэгга и при какой мозаичности кристалла начинается разрушение эффективных полей, действующих на нейтрон. Тем самым можно экспериментально определить максимальную чувствительность, достижимую в данном методе для реально доступных кристаллов кварца, и исходя из этого уже приступить (или не приступить) к конструированию основной установки (то есть определить максимально достижимую величину произведения  $E_g\tau$ , где  $E_g$  – величина поля, действующего на нейтрон,  $\tau$  – время пребывания нейтрона в этом поле, связанное с отклонением угла Брэгга от прямого).

Напомним, что при увеличении угла Брэгга и приближении его к прямому увеличивается частота маятниковых биений, так что при некотором значении угла Брэгга угловой период маятниковых осцилляций становится меньше брэгговской ширины дифракции. При этом схема эксперимента, используемая в [44, 45, 71], становится принципиально непригодной из-за

слишком высокой частоты маятниковых осцилляций по углу Брэгга. Для измерения эффектов в этом случае и предложена двухкристалльная установка. Однако есть и другой способ наблюдения эффектов, связанных с наличием внутрикристаллических электрических полей, при котором они не усредняются. Это поляризационный метод, предложенный нами и описанный ниже, который мы применили для измерения полей при углах Брэгга, близких к прямому. Важность поляризационных экспериментов определяется также тем обстоятельством, что они менее чувствительны к совершенству кристаллов, что может существенно облегчить отбор кристаллов, пригодных для такого рода экспериментов.

Суть метода в том, что при дифракции по Лауэ при точном выполнении условия Брэгга волновые пакеты для состояний (1) и (2), в которых на нейтрон действуют разные поля (и которые возбуждаются с одинаковой амплитудой), пространственно перекрываются, так что спин нейтрона в состоянии (1) в кристалле вращается в одну сторону, а в равновероятном состоянии (2) – в противоположную, поэтому средний угол поворота спина нейтрона (в прозрачном кристалле) за счет швингеровского взаимодействия (или ЭДМ) будет равен нулю, произойдет же уменьшение поляризации, то есть деполяризация пучка (если он первоначально был поляризован). По измерении величины этой деполяризации можно судить о величине электрического поля.

Как уже упоминалось, эффект вращения спина нейтрона при дифракции по Брэггу в нецентросимметричном кристалле рассматривался ранее Форте [49] и, в более общем случае, Барышевским и Черепицей [50, 51] путем формального решения уравнений динамической дифракции. Результаты этих работ [49–51] с точки зрения развитой нами и описанной выше картины дифракции нейтронов в кристаллах без центра симметрии (то есть в присутствии сильных межплоскостных электрических полей, действующих на дифрагирующий нейтрон) вполне прозрачны. Действительно, при брэгговской дифракции, в силу граничных условий, возбуждается только одна ветвь дисперсионной поверхности, то есть в кристалле распространяется нейтронная волна только одного типа, поэтому нейтрон движется в электрическом поле определенного знака, так что его спин вращается в одном определенном направлении. Заметим, что в этом случае для наблюдения эффекта в прошедшем пучке (чтобы нейтрон находился в поле в течение времени прохождения всей толщины кристалла) необходимы сравнительно большие (больше брэгговской ширины) отклонения от условия Брэгга, чтобы обеспечить достаточно большую интенсивность прошедшего через кристалл пучка нейтронов, а это приводит к уменьшению среднего электрического поля, действующего на нейтрон (см., например, выражение (2.10)).

В случае лауэвской дифракции эффект вращения спина может быть обусловлен, например, слабой деформацией кристалла (об этом речь пойдет ниже) либо разным поглощением в кристалле волн разного типа (известным

в дифракции рентгеновских лучей как эффект Бормана). Поэтому, если толщина кристалла больше меньшей длины поглощения, но меньше большей, в кристалле опять «выживает» практически волна только одного типа, как и в предыдущем случае.

Здесь важно отметить следующее обстоятельство. Различное поглощение волн разного типа при лауэвской дифракции нейтронов в *центросимметричном* кристалле довольно очевидно и связано с тем, что одна блоховская волна (симметричная) движется преимущественно по атомным плоскостям, вторая (антисимметричная) – между ними, поэтому первая волна поглощается сильнее, чем вторая. В этом рассуждении, однако, существенным является предположение о том, что максимумы мнимого потенциала (ответственного за поглощение и связанного с мнимой частью амплитуды рассеяния нейтронов) совпадают с максимумами реального потенциала (связанного с вещественной частью амплитуды рассеяния). Это справедливо только для *центросимметричных* кристаллов. В нецентросимметричном кристалле эти максимумы могут быть сдвинуты относительно друг друга, и, в частности, возможен случай, когда обе волны поглощаются одинаково (то есть эффект Бормана отсутствует, см. ниже). В этом случае будет отсутствовать и эффект поворота спина, несмотря на наличие поглощения в кристалле.

### 3.1. Деполяризация нейтронов при дифракции в нецентросимметричном кристалле

В данном разделе рассматривается дифракция нейтронов по Лауэ в прозрачном (непоглощающем) нецентросимметричном кристалле кварца при точном выполнении условия Брэгга. *Эффект вращения спина в этом случае отсутствует, зато проявляется эффект деполяризации нейтронов* [53, 84–88]. Это еще один эффект, который чувствителен к наличию межплоскостных электрических полей при лауэвской дифракции нейтронов (первый – это эффект сдвига маятниковой фазы при перевероте спина падающих нейтронов, он описан в предыдущих главах).

Эффект деполяризации нейтронов можно использовать для измерения внутрискристаллических полей при углах Брэгга, близких к прямому. Это необходимо, как уже выше отмечалось, для экспериментального выяснения, насколько угол Брэгга можно приблизить к  $\pi/2$  с сохранением величины электрического поля в кристаллах кварца с различной степенью совершенства (то есть мозаичности). Суть проблемы в следующем. В наших измерениях [43–45, 71] использовались кристаллы кварца с мозаичностью  $\omega_{\text{eff}} \sim 0,1''\text{--}0,2''$ , что позволило наблюдать маятниковую картину при дифракции нейтронов, потому что было выполнено условие  $\omega_{\text{eff}} \ll \gamma_B$  ( $\gamma_B \sim 1''$  для углов Брэгга  $\theta_B \sim 45^\circ$ , при которых проводились эксперименты). Нарушение

этого условия – это тривиальная причина уменьшения всех эффектов, связанных с динамической дифракцией нейтронов, как это, например, имело место в работе [52], где были использованы кристаллы с  $\omega_{\text{eff}} > \gamma_B$  ( $\gamma_B \sim 4,5''$ ). При приближении угла Брэгга к прямому условие  $\omega_{\text{eff}} \ll \gamma_B$  выполняется с большей точностью, поскольку брэгговская угловая ширина растет как  $\gamma_B \sim c_0$  ( $c_0 = \text{tg } \theta_B \approx 1/(\pi/2 - \theta_B)$  при  $\pi/2 - \theta_B \ll 1$ ). Однако при этом угловой период маятниковых осцилляций уменьшается как  $1/(1 + c_0)$  и может стать меньше величины мозаичности  $\omega_{\text{eff}}$ . Например, при  $\theta_B = \pi/2 - 1/30$  для плоскости (110) кварца этот период становится равным  $0,2''$  (см. выше табл. 2.1). Трудно предсказать, что произойдет в этом случае (например, начнется ли постепенное «разрушение» полей, или они исчезнут скачком, или вообще ничего не произойдет с точки зрения среднего поворота спина, в силу выполнения условия  $\omega_{\text{eff}} \ll \gamma_B$ , а усреднятся только быстрые маятниковые осцилляции). Ответы на эти вопросы зависят от модели мозаичности кристалла и являются теоретически весьма ненадежными, поэтому их можно получить только в результате эксперимента. Результаты проведенных экспериментов свидетельствуют, скорее всего, в пользу последнего варианта.

Ниже дается описание эффекта деполяризации, который лежит в основе экспериментального метода измерения внутрискристаллических электрических полей, действующих на нейтрон.

Для нейтрона со спином, первоначально параллельным (или антипараллельным) швингеровскому магнитному полю  $\mathbf{H}_g^S$  (ось  $Z$ ), соответствующую волновую функцию  $a_0^+$  (или  $a_0^-$ ) прямого пучка после прохождения через кристалл толщиной  $L$  в условиях дифракции ( $w_g \ll 1$ ) можно записать:

$$a_0^\pm = \cos\left(\frac{\phi_0 \pm \Delta\phi_0^S}{2}\right) \equiv \cos\left(\frac{\phi^\pm}{2}\right), \quad (3.1)$$

где

$$\phi_0 = \frac{2|V_g^N|L}{\hbar v_{\parallel} \sqrt{1 + w_g^2}}, \quad (3.2)$$

$$\Delta\phi_0^S = \frac{2\mu H_g^S L}{\hbar v_{\parallel} \sqrt{1 + w_g^2}} = g_N \frac{eE_g L}{2m_p c^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + w_g^2}}. \quad (3.3)$$

Здесь, как и ранее,  $\boldsymbol{\mu} = \mu\boldsymbol{\sigma} = \mu_N g_n \mathbf{S}$  – магнитный момент нейтрона,  $\mu_N$  – ядерный магнетон,  $g_n$  –  $g$ -фактор нейтрона,  $g_n = -3,8$ ;  $\mathbf{S}$  – спин нейтрона,  $S = 1/2$ ,  $V_g^N$  – амплитуда  $g$ -гармоники ядерного потенциала системы кристал-

лографических плоскостей,  $E_g$  – величина электрического поля, действующего на дифрагирующий нейтрон:

$$\mathbf{E}_g = v_g^E \mathbf{g} \sin \Delta\phi_g, \quad (3.4)$$

где  $v_g^E = |V_g^E|$  – модуль амплитуды гармоники электрического потенциала той же системы плоскостей,  $\Delta\phi_g$  – разность фаз амплитуд  $V_g^E$  и  $V_g^N$ ,

$$\mathbf{H}_g^S = \frac{\mathbf{E}_g \times \mathbf{v}_{\parallel}}{c} \quad (3.5)$$

– магнитное поле в системе покоя нейтрона. Как и ранее,  $w_g = \Delta\theta/\gamma_B$ , где  $\Delta\theta = \theta - \theta_B$  – угловое отклонение направления падения нейтронов на кристалл от брэгговского направления,  $\gamma_B$  – угловая брэгговская (дарвиновская) полуширина (мы рассматриваем случай  $w_g \ll 1$ ).

Таким образом, если на кристалл падают нейтроны со спином, параллельным оси  $Y$  (азимутальный угол между направлением спина и осью  $X$ , описывающей среднее направление распространения нейтронов в кристалле, равен  $\varphi = \pi/2$ ), то волновая функция падающих нейтронов имеет вид (при  $X = 0$ )

$$\Psi_0^i = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-\frac{i\pi}{4}} \\ e^{\frac{i\pi}{4}} \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

Волновую функцию прямого пучка продифрагировавших нейтронов на выходе из кристалла можно записать следующим образом:

$$\Psi_0^i = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-\frac{i\pi}{4}} \cos \frac{\phi_0 + \Delta\phi_0^S}{2} \\ e^{\frac{i\pi}{4}} \cos \frac{\phi_0 - \Delta\phi_0^S}{2} \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Вектор поляризации  $\mathbf{P}$  прошедшего через кристалл пучка можно определить как

$$\mathbf{P} = \frac{\langle \Psi_0^L | \boldsymbol{\sigma} | \Psi_0^L \rangle}{\langle \Psi_0^L | \Psi_0^L \rangle}, \quad (3.8)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}$  – спиновые матрицы Паули:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

В результате будем иметь:

$$P_x = \langle \sigma_x \rangle = \frac{1}{2} \left\{ \frac{e^{-\frac{i\pi}{4} \cos \frac{\phi^-}{2}}, e^{\frac{i\pi}{4} \cos \frac{\phi^+}{2}}}{e^{\frac{i\pi}{4} \cos \frac{\phi^-}{2}}, e^{-\frac{i\pi}{4} \cos \frac{\phi^+}{2}}} \right\} = 0, \quad (3.10)$$

$$P_y = \langle \sigma_y \rangle = \frac{1}{2} \left\{ \frac{ie^{-\frac{i\pi}{4} \cos \frac{\phi^-}{2}}, -ie^{\frac{i\pi}{4} \cos \frac{\phi^+}{2}}}{e^{\frac{i\pi}{4} \cos \frac{\phi^-}{2}}, e^{-\frac{i\pi}{4} \cos \frac{\phi^+}{2}}} \right\} =$$

$$= \frac{\cos \frac{\phi^+}{2} \cos \frac{\phi^-}{2}}{\cos^2 \frac{\phi^+}{2} + \cos^2 \frac{\phi^-}{2}} = \frac{\cos \phi_0 + \cos \Delta \phi_0^S}{1 + \cos \phi_0 \cos \Delta \phi_0^S}, \quad (3.11)$$

$$P_z = \langle \sigma_z \rangle = \frac{\cos^2 \frac{\phi^+}{2} - \cos^2 \frac{\phi^-}{2}}{\cos^2 \frac{\phi^+}{2} + \cos^2 \frac{\phi^-}{2}} = \frac{\sin \phi_0 \sin \Delta \phi_0^S}{1 + \cos \phi_0 \cos \Delta \phi_0^S}. \quad (3.12)$$

Из этих формул следует, что вектор поляризации быстро осциллирует (с маятниковой частотой) с изменением угла  $\theta_B$  в плоскости  $(Y, Z)$ . При малых углах  $\tilde{\theta}_B$  период этих осцилляций мал (имеет порядок нескольких угловых секунд, см. выше табл. 2.1), поэтому для пучка нейтронов с расходимостью  $1^\circ$  происходит их усреднение. Остаются осцилляции с большим периодом, соответствующие вращению спина в швингеровском магнитном поле.

Усредняя интенсивности по быстрым маятниковым осцилляциям, для вектора поляризации получим:

$$P_x = P_z = 0,$$

$$P_y = \cos \Delta \phi_0^S, \quad (3.13)$$

то есть спин нейтрона (первоначально направленный по оси  $Y$ ) для двух состояний в среднем вращается в противоположные стороны в плоскости  $(X, Y)$ , что и приводит к уменьшению  $Y$ -компоненты поляризации (см. рис. 3.1). В частности, для некоторой толщины кристалла, когда

$$\Delta \phi_0^S = \frac{\pi}{2},$$

поляризация обращается в нуль, поскольку в этом случае спины нейтронов в состояниях (1) и (2) при выходе из кристалла будут направлены в противоположные стороны.

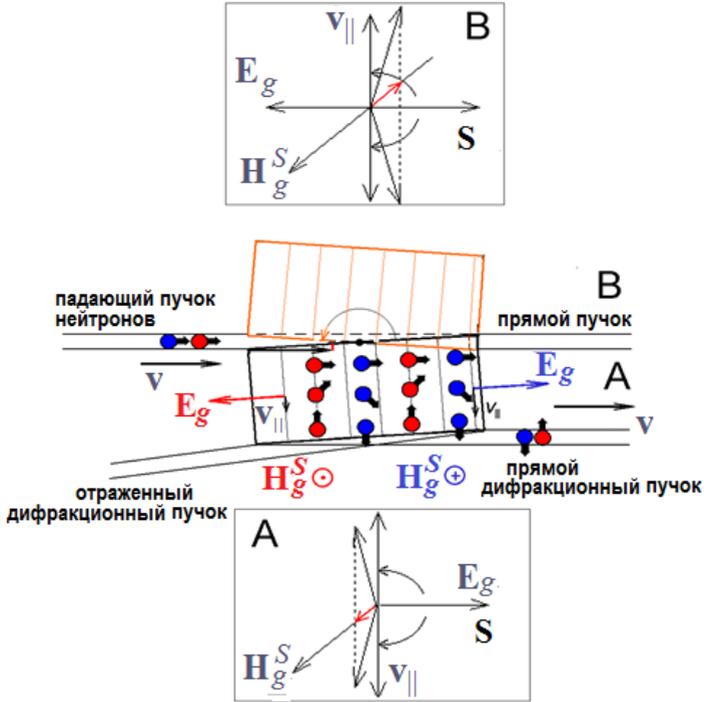


Рис. 3.1. Спин нейтрона в кристалле в состояниях, описываемых блоховскими волнами  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$ , поворачивается в противоположные стороны. При толщине кристалла 3,5 см (для системы отражающих плоскостей (110)) углы поворота становятся равными  $\pi/2$ , и поляризация в прямом и отраженном дифрагированных пучках обращается в нуль. Наличие ЭДМ нейтрона приводит к появлению слабой поляризации пучков вдоль швингеровского магнитного поля. Она имеет разный знак для двух положений кристалла (A и B)

### 3.2. Измерение внутрикристаллического электрического поля по деполяризации нейтронного пучка. Описание метода и установки

В основу однокристалльного варианта установки [87, 88] для измерения электрических полей при углах Брэгга, близких к  $\pi/2$ , положен описанный выше эффект деполяризации продифрагировавшего нейтронного пучка, поляризованного первоначально при падении на кристалл в плоскости дифракции. Эффект обусловлен тем, что при точном выполнении условия Брэгга в кристалле с одинаковой вероятностью возбуждаются оба типа нейтронных волн, которые в нецентросимметричном кристалле распространяются вдоль кристаллографических плоскостей во внутрикристаллических электрических полях противоположного знака. За счет швингеровского взаимодействия магнитного момента нейтрона с этими полями спин нейтрона в состояниях (1) и (2) будет вращаться в противоположные стороны. Если первоначально спин нейтрона был ориентирован перпендикулярно швингеровскому магнитному полю, то углы  $\Delta\phi_0^S$  поворота спина нейтронов в разных состояниях при  $w_g \ll 1$  определяются следующим выражением, см. (3.3):

$$\Delta\phi_0^S = \pm g_n \frac{eE_g L}{2m_p c^2}, \quad (3.14)$$

где знаки « $\pm$ » относятся к состояниям (1) и (2) соответственно,  $g_n$  –  $g$ -фактор нейтрона ( $g_n = -3,8$ ),  $e$  – заряд электрона,  $E_g$  – значение электрического поля, действующего на нейтрон,  $L$  – толщина кристалла,  $m_p$  – масса протона,  $c$  – скорость света. Такое вращение приведет к деполяризации как прямого, так и отраженного продифрагировавших пучков. Величина поляризации  $P$  прошедших через кристалл пучков будет зависеть от угла  $\Delta\phi_0^S$  следующим образом, см. (3.13):

$$P = P_0 \cos \Delta\phi_0^S, \quad (3.15)$$

где  $P_0$  – поляризация падающего пучка. В частности, при толщине кристалла

$$L_0 = \frac{\pi m_p c^2}{g_n e E_g}, \quad (3.16)$$

соответствующей повороту спина на угол  $\pi/2$  ( $\Delta\phi_0^S = \pm\pi/2$ ), пучок нейтронов, прошедший через кристалл, станет полностью неполяризованным. Для системы плоскостей (1 10) кварца  $L_0 = 3,5$  см. Если поляризацию падающего на кристалл пучка нейтронов изменить на угол  $\pi/2$ , то есть направить перпендикулярно плоскости падения, то в этом случае поляризация прошедшего пучка не изменится, поскольку магнитный момент нейтрона будет

направлен либо по швингеровскому магнитному полю, либо против него, и вращения спина не будет. Таким образом, измеряя изменение поляризации прошедших через кристалл в условиях дифракции пучков при повороте спина падающего пучка на  $\pi/2$ , можно определить электрическое поле, действующее на нейтрон. При углах Брэгга, близких к  $\pi/2$ , удобнее работать на прямом продифрагировавшем пучке. Установка [87, 88] для измерения такого внутрикристаллического электрического поля (см. рис. 3.2) состояла из внутриканального неполяризующего нейтроновода, двух сравнительно коротких (400 мм) поляризующих нейтроноводов (поляризатора и анализатора), двух спин-флипперов, соответствующим образом вырезанного кристалла кварца (помещенного в магнитный экран), точного отсчетного устройства для поворота кристалла и измерения углов, детекторов нейтронов, электроники (КАМАК) и компьютера для сбора и предварительной обработки информации.

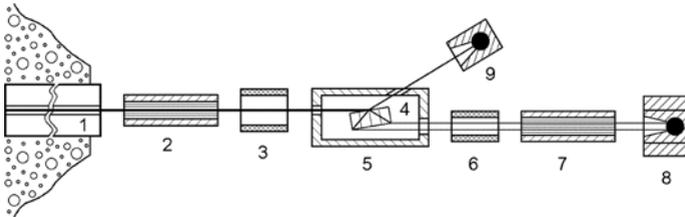


Рис. 3.2. Схема установки: 1 – внутриканальный нейтроновод; 2 – многощелевой нейтроновод-поляризатор; 3, 6 – флипперы; 4 – кварцевый монокристалл; 5 – магнитный экран; 7 – многощелевой нейтроновод-анализатор; 8 – детектор; 9 – монитор

В случае, изображенном на рис. 3.2, швингеровское магнитное поле  $\mathbf{H}_g^s$ , действующее на нейтрон, направлено перпендикулярно плоскости рисунка. Если спин нейтрона после поляризатора лежит в плоскости рисунка и направлен перпендикулярно импульсу, а анализатор ориентирован так же, как поляризатор (на «Светло»), то скорость счета в детекторе при выключенных флипперах будет определяться выражением

$$N = N_0 \cos^2 \Delta\phi_0^s = N_0 \cos^2 \left( \frac{g_n e E_g L}{4m_p c^2} \right), \quad (3.17)$$

где  $N_0$  – интенсивность пучка поляризованных нейтронов после поляризатора, которую можно измерить, например, монитором. При толщине кристалла  $L_0$ , соответствующей повороту спинов на угол  $\pm \pi/2$ , детектор регистрирует половинную скорость счета, по сравнению с монитором, что

имеет простой физический смысл, а именно:  $1/2$  – есть вероятность обнаружить проекцию спина, параллельную его первоначальному направлению. При толщине кристалла  $L = 2L_0$  спины повернутся на угол  $\pi$ , то есть будут ориентированы в противоположном первоначальному направлении. Нейтроны перестанут попадать на детектор, что соответствует нулевой вероятности обнаружить проекцию спина, параллельную его первоначальному направлению.

Выбрав кристалл некоторой толщины, получим определенную скорость счета в детекторе, не зависящую в некоторых пределах от угла Брэгга. При приближении угла Брэгга к прямому углу с некоторого значения  $\theta_B^c$  может, в принципе, начаться возрастание скорости счета детектора (то есть спины нейтронов станут поворачиваться на меньший угол), что и будет соответствовать началу «разрушения» электрических полей в кристалле, которое связано с несовершенством последнего. Угол  $\theta_B^c$  определит максимально достижимую в данном методе величину  $E_g\tau$ , определяющую чувствительность установки. Заметим, что наличие флипперов позволяет измерить поляризацию пучка и учесть отличие ее от единицы для определения величины электрического поля в кристалле, действующего на нейтрон.

### 3.3. Эффекты от ЭДМ нейтрона при дифракции по Лауэ. Влияние поглощения в кристалле

Заметим, что небольшая модификация установки (рис. 3.3), в которой имеется возможность поворачивать кристалл на угол  $\pi - 2\tilde{\theta}_B$  (положения *A* и *B* соответственно), может, в принципе, позволить провести эксперимент по поиску ЭДМ нейтрона поляризационным методом, поскольку при таком повороте изменяется знак эффекта, связанного с ЭДМ нейтрона, а эффект, обусловленный швингеровским взаимодействием, не изменяется.

Действительно, если ориентировать спины падающих нейтронов по направлению их импульса (то есть перпендикулярно швингеровскому магнитному полю) и выбрать толщину кристалла, равную  $L_0$ , то в случае отсутствия ЭДМ пучок нейтронов выйдет из кристалла полностью неполяризованным при обоих положениях кристалла. В случае же наличия ЭДМ возникнет поляризация пучка  $P_h$ , параллельная швингеровскому полю (связанная с дополнительным поворотом спинов вокруг электрического поля):

$$P_h \approx \frac{2DE_g L_0}{\hbar v_{\parallel}} = 2m_0^D c_0 L_0. \quad (3.18)$$

Для системы плоскостей (110) при  $c_0 = 30$ ,  $L_0 = 3,6$  см,  $m_0^D = 3,8 \cdot 10^{-7}$  см $^{-1}$  (см. выше табл. 2.1)  $P_h \approx 0,8 \cdot 10^{-4}$ . Поляризация будет иметь противоположный знак для разных положений кристалла *A* и *B* (рис. 3.1, 3.3), что можно определить, например, по изменению скорости счета детектора при повороте кристалла.

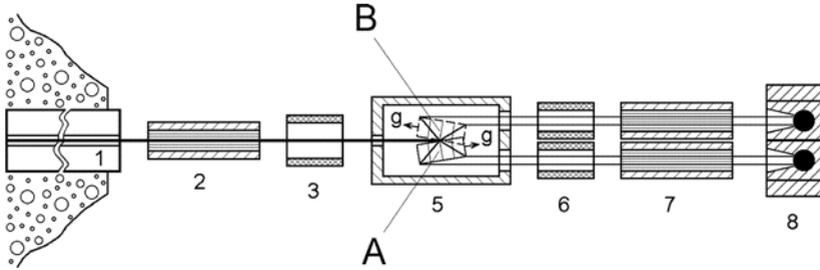


Рис. 3.3. Возможная модификация установки: 1 – внутриканальный нейтронород; 2 – многослойный нейтронород-поляризатор; 3, 6 – флипперы; 5 – магнитный экран; 7 – двоянный многослойный нейтронород-анализатор; 8 – двоянный детектор; *A* и *B* – положения монокристалла, отличающиеся поворотом на угол  $\pi - 2\tilde{\theta}_B$

Такая установка значительно проще двухкристалльной (рис. 2.7). Дополнительно к варианту, изображенному на рис. 3.2, нужен лишь механизм поворота кристалла на углы порядка  $180^\circ$ , а также создание двухканальной системы анализа и регистрации продифрагировавших нейтронов (для компенсации швингеровского взаимодействия).

Заметим, что в случае брэгговской дифракции [49] максимальная величина угла поворота спина за счет ЭДМ для кристалла кварца той же толщины составляет  $2,5 \cdot 10^{-6}$ , что приблизительно в 30 раз меньше, чем в рассмотренном выше случае. Для лауэвской дифракции в гипотетическом поглощающем кристалле карбида вольфрама (WC) [51] аналогичная величина составляет  $0,7 \cdot 10^{-5}$ .

В заключение отметим, что с учетом поглощения волновые функции нейтрона в кристалле  $\phi^{(1)}$  и  $\phi^{(2)}$  можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \phi^{(1,2)}(\mathbf{k}^{(1,2)}, \mathbf{r}) &= \psi^{(1,2)}(\mathbf{k}^{(1,2)}, \mathbf{r}) \exp \left[ -\frac{v'_0 z}{\hbar v_{\parallel}} \left( 1 \pm \frac{v'_g \cos \phi'_g}{v'_0} \right) \right] \equiv \\ &\equiv \psi^{(1,2)}(\mathbf{k}^{(1,2)}, \mathbf{r}) \exp \left[ -\frac{\mu_0 z}{2 \cos \theta_B} (1 \pm \varepsilon_g) \right], \end{aligned} \quad (3.19)$$

где  $\psi^{(1,2)}(\mathbf{k}^{(1,2)}, \mathbf{r})$  определены (2.34), (2.35),  $\mu_0 = 2v'_0 / \hbar v$ ,  $v$  – скорость нейтрона,  $\varepsilon_g = v'_g \cos \phi'_g / v'_0$ ,  $v'_0$  – средняя величина «поглощающей» части потенциала кристалла, связанной с мнимой частью ядерной амплитуды рассеяния,  $v'_g$  – модуль амплитуды  $g$ -гармоники этой части потенциала,  $\phi'_g$  – сдвиг фазы  $g$ -гармоники «поглощающей» части ядерного потенциала относительно  $g$ -гармоники его «преломляющей» части, связанной с вещественной частью амплитуды рассеяния. Для нецентросимметричного кристалла величина  $\phi'_g$  может быть отлична от нуля, по этой причине как «преломляющая», так и «поглощающая» части становятся комплексными. Это приводит, в частности, к тому, что при  $\phi'_g = \pi / 2$  эффект Бормана исчезает:  $\varepsilon_g = 0$  (см. (3.19)). Для центросимметричного кристалла максимумы «преломляющей» и «поглощающей» частей потенциала совпадают, поэтому эффект Бормана может быть достаточно ярко выражен.

Например, для плоскостей  $(110)$   $\alpha$ -кварца ( $\lambda_n = 4,9 \text{ \AA}$ ) расчет приводит к следующему результату:  $l_a = 1/\mu_0 = 76 \text{ см}$ ,  $\varepsilon_{110} = 0,08$ . То есть эффект Бормана для этой системы плоскостей выражен слабо, тогда как для плоскостей  $(111)$  ( $\lambda_n = 4,5 \text{ \AA}$ ),  $l_a = 83 \text{ см}$ ,  $\varepsilon_{111} = 0,41$ , он становится весьма заметным.

Как следует из (3.19), при приближении угла Брэгга  $\theta_B$  к  $\pi/2$  эффективная длина поглощения нейтронов убывает как  $l_a \cos \theta_B \sim l_a/c_0$ , что связано с увеличением времени пребывания нейтрона в кристалле. Это обстоятельство накладывает дополнительные ограничения на возможности приближения угла Брэгга к  $\pi/2$ . Поскольку уменьшение интенсивности в  $e$  раз происходит для кристалла толщиной  $L \sim l_a \cos \theta_B \sim l_a/c_0$ , то для кристалла толщиной в 5 см можно, в принципе, использовать углы, для которых  $c_0 \sim 20$ .

Заметим, что при углах Брэгга, достаточно близких к  $\pi/2$ , эффект поворота спина нейтрона [51], связанный с разным поглощением блоховских волн в кристалле, можно наблюдать и при дифракции в кварце, например, на плоскости  $(111)$ , при этом он будет существенно усилен по сравнению со случаем, рассмотренным в [51]. Для плоскости же  $(110)$  этот эффект будет подавлен по сравнению с эффектом деполяризации приблизительно на порядок из-за слабой выраженности эффекта Бормана.

### 3.4. Экспериментальное изучение эффекта удержания дифрагирующего нейтрона в кристалле

Как уже было отмечено в предыдущей главе, ряд наблюдаемых при динамической дифракции явлений, в том числе эффекты, обусловленные ЭДМ нейтрона [41, 42, 84], определяется не полной скоростью нейтрона  $v$ , а ее составляющей вдоль кристаллографических плоскостей  $v_{\parallel} = v \cos \theta_B$ . В частности, при переходе к углам дифракции, близким к  $\pi/2$ , резко возрастает время пребывания нейтрона в кристалле  $\tau_L = L/v \cos \theta_B = L/[v (\pi/2 - \theta_B)]$ , где  $L$  – толщина кристалла, что позволяет увеличить чувствительность дифракционного метода к ЭДМ нейтрона по крайней мере на порядок. На это обстоятельство впервые было указано в работе [41]. Таким образом [41, 85], для углов Брэгга, достаточно близких к  $\pi/2$ , величина<sup>5</sup>  $E\tau$  может быть того же порядка, что и для метода УХН, несмотря на то что время хранения в методе УХН (100 с, см. [32, 89]) существенно больше, чем время пролета нейтрона через кристалл<sup>6</sup>.

На реакторе ВВР-М впервые было проведено экспериментальное изучение дифракции нейтронов по Лауэ в толстом ( $L \sim 3,5$  см) кристалле на прямом продифрагировавшем пучке [86–88, 90, 91]. Исследовалась дифракция на системе плоскостей (1 1 0) нецентросимметричного кристалла  $\alpha$ -кварца.

Схема экспериментальной установки для измерения времени пребывания нейтрона в кристалле приведена на рис. 3.4. Нейтронный пучок дифрагирует на системе отражающих плоскостей (1 1 0), нормальных входной грани кристалла, и регистрируется детектором. Поскольку падающий пучок нейтронов, сформированный нейтроноводом, содержит достаточно широкий спектр длин волн, в прямой продифрагировавший пучок могут давать вклад нейтроны разных энергий (длин волн), испытавших дифракцию на нескольких других отражающих плоскостях. Для того чтобы выделить нейтроны определенной длины волны, продифрагировавшие на интересующей нас системе плоскостей, использовалась времяпролетная методика.

Для этого перед кристаллом помещался механический прерыватель пучка, формирующий импульсы нейтронов длительностью  $\sim 75$  мкс с частотой 25 Гц. Типичный времяпролетный спектр приведен на рис. 3.5, где хорошо видны пики, соответствующие отражениям от разных систем кристаллографических плоскостей.

---

<sup>5</sup> Чувствительность к ЭДМ нейтрона определяется величиной  $1/E\tau N^{1/2}$ , где  $N$  – полное число накопленных событий.

<sup>6</sup> Пути дальнейшего прогресса метода УХН обсуждаются в [7, 25, 40].

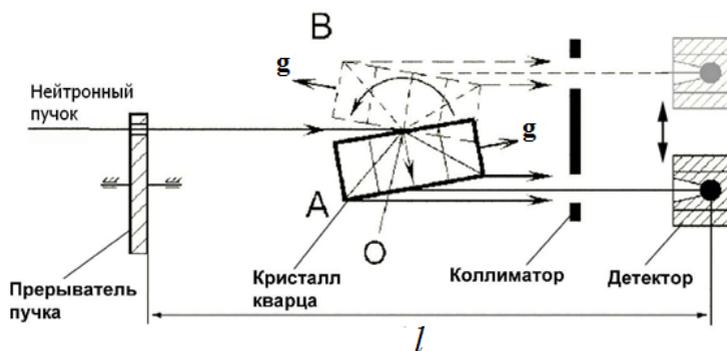


Рис. 3.4. Схема экспериментальной установки для времяпролетных измерений (размеры монокристалла  $\alpha$ -кварца –  $14 \times 14 \times 3,5$  см<sup>3</sup>): *A* и *B* – два положения кристалла, соответствующие одному значению угла Брэгга; *g* – вектор обратной решетки системы плоскостей (1 1 0); *l* – времяпролетная база

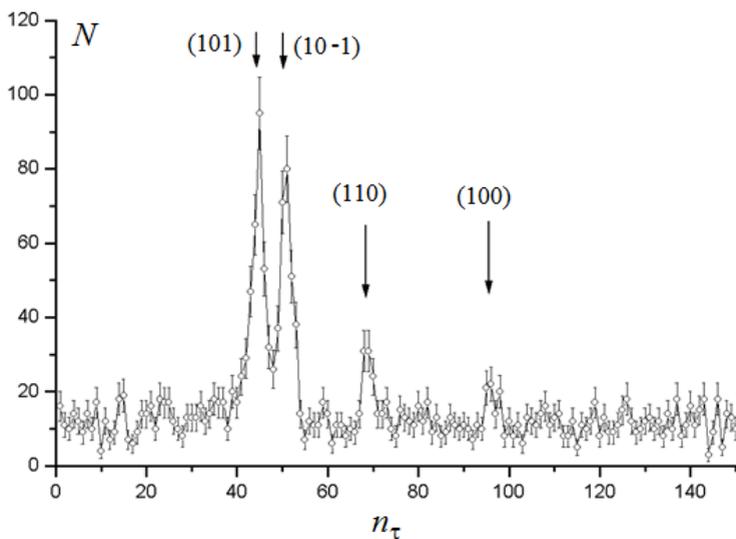


Рис. 3.5. Времяпролетный спектр нейтронов, протифрагировавших в направлении прямого пучка, при угле Брэгга  $\theta_B = 75^\circ$ :  $n_\tau$  – номер временного канала (ширина одного временного канала 51,2 мкс); *N* – число накопленных событий (время накопления спектра – 5 часов)

Поскольку кристалл расположен между прерывателем пучка и детектором нейтронов, то полное время пролета дифрагирующего нейтрона с длиной волны  $\lambda = 2d \sin \theta_B$  (для плоскости (110)  $\alpha$ -кварца  $d = 2,4564 \text{ \AA}$ ) будет равно

$$\tau_f = \tau_l + \tau_L, \quad (3.20)$$

где  $\tau_l$  – время пролета нейтроном расстояния  $l$ ,  $\tau_L$  – время пребывания нейтрона в кристалле толщиной  $L$  при угле дифракции, равном  $\theta_B$ .

$$\tau_l = \frac{l}{v} = \frac{m}{2\pi\hbar} l \lambda = \frac{md}{\pi\hbar} l \sin \theta_B, \quad (3.21)$$

$$\tau_L = \frac{L}{v \cos \theta_B} = \frac{m}{2\pi\hbar \cos \theta_B} L \lambda = \frac{md}{\pi\hbar} L \operatorname{tg} \theta_B. \quad (3.22)$$

Из формул (3.21), (3.22) видно, что время пребывания нейтрона в кристалле  $\tau_L$  зависит от угла Брэгга как  $\operatorname{tg} \theta_B$ , а время пролета  $\tau_l$  – как  $\sin \theta_B$ . При приближении  $\theta_B$  к  $90^\circ$   $\tau_L$  может давать существенный вклад в полное время пролета нейтронов  $\tau_f$ , поскольку  $\tau_L/\tau_l \approx L/l(\pi/2 - \theta_B)$ .

Зависимость времени пролета нейтронов, продифрагировавших на плоскости (110) в направлении прямого пучка, от угла Брэгга приведена на рис. 3.6 (*сплошная линия* – теоретическая зависимость, рассчитанная по формуле (3.20); *пунктирная кривая* – зависимость  $\tau_l$  (см. (3.21)) от угла Брэгга). Видно, что экспериментальные значения (*заитрихованные точки*) хорошо ложатся на теоретическую зависимость. Для контроля наблюдаемого эффекта временной задержки нейтрона в кристалле прерыватель пучка устанавливался в промежутке между кристаллом и детектором. В этом случае задержка нейтрона в кристалле не дает вклада в измеряемую величину, и положение линии от (110)-отражения должно совпадать с пунктирной кривой (с учетом разной времяпролетной базы для двух положений прерывателя пучка), что и наблюдалось экспериментально (*незакрашенные точки*). На вставке в рис. 3.6 для большей наглядности приведены теоретическая и экспериментальная зависимости  $\tau_L$  от угла Брэгга.

Таким образом, было экспериментально показано, что время пребывания нейтрона в кристалле определяется не полной скоростью нейтронов  $v$ , а ее составляющей вдоль кристаллографических плоскостей  $v_{||}$  и оно может быть увеличено более чем на порядок при приближении угла Брэгга к  $90^\circ$ . В частности, при  $\theta_B = 87^\circ$   $\tau_L = (0,90 \pm 0,02)$  мс, что соответствует  $v_{||} = (40 \pm 1)$  м/с при  $v = 808$  м/с, то есть при  $\theta_B = 87^\circ$  нейтрон, дифрагирующий в кристалле, движется со скоростью, приблизительно в 20 раз меньшей, чем в пустоте [86, 87].

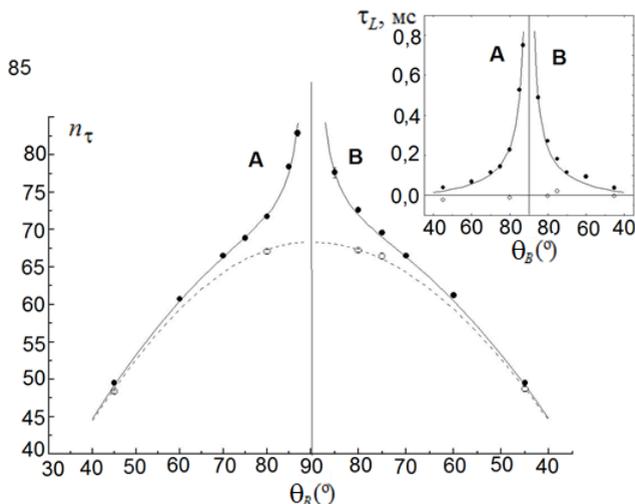


Рис. 3.6. Зависимость времени пролета нейтронов, продифрагировавших в направлении прямого пучка, от угла Брэгга

### 3.5. Экспериментальное обнаружение эффекта деполаризации и измерение электрического поля кристалла, воздействующего на дифрагирующий нейтрон

Как показано в предыдущих разделах, в случае дифракции по Лауэ поляризация пучков нейтронов (прямого и отраженного), продифрагировавших на кристалле определенной толщины (например, 3,5 см для случая дифракции на системе плоскостей (110)  $\alpha$ -кварца), обращается в нуль, если начальная поляризация падающих нейтронов была направлена перпендикулярно швингеровскому полю  $\mathbf{H}_g^S$ , тогда как для начальной поляризации, параллельной  $\mathbf{H}_g^S$ , продифрагировавшие нейтронные пучки остаются полностью поляризованными. Для того чтобы детально изучить этот эффект, были проведены измерения поляризации продифрагировавших нейтронов при различных ориентациях их начального спина относительно направления швингеровского поля. Измерения проводились на прямом продифрагировавшем пучке нейтронов [87, 88, 90, 91].

Схема экспериментальной установки на том же горизонтальном канале реактора ВВР-М, что и предыдущая, приведена на рис. 3.7. Дифракция нейтронов происходила на системе плоскостей (110) специальным образом вырезанного и ориентированного кристалла  $\alpha$ -кварца размерами  $14,0 \times 14,0 \times 3,5$  см<sup>3</sup> [87, 88, 90, 91]. Вектор поляризации нейтронного пучка

после прохождения поляризатора (2) и фильтра (3) катушкой (4) адиабатически ориентируется вдоль направления  $\mathbf{H}_g^S$ , затем поворачивается на угол  $\alpha$  трехкоординатной катушкой (5). После прохождения кристалла, если бы кристалл не влиял на ориентацию спина, вектор поляризации катушкой (8) восстанавливался бы в прежнем направлении вдоль оси  $\mathbf{H}_g^S$ . Поворот на угол  $\alpha$  можно было осуществлять вокруг любой оси, перпендикулярной вектору  $\mathbf{H}_g^S$ .

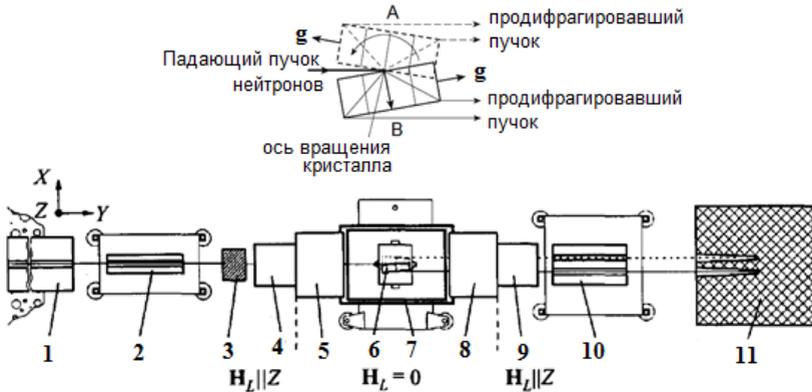


Рис. 3.7. Схема экспериментальной установки для наблюдения эффекта деполаризации нейтронного пучка: 1 – внутриканальный нейтронновод; 2 – многоцелевой нейтронновод-поляризатор; 3 – поликристаллический фильтр из BeO толщиной 120 мм; 4, 9 – спин-ориентирующие катушки; 5, 8 – вращающие трехкоординатные катушки; 6 – монокристалл  $\alpha$ -кварца размерами  $14 \times 14 \times 3,5$  см<sup>3</sup>; 7 – магнитный экран; 10 – сдвоенный многоцелевой нейтронновод-анализатор; 11 – детекторы нейтронов; A и B – два положения кристалла, соответствующие одному значению угла Брэгга;  $\mathbf{g}$  – вектор обратной решетки плоскости (110);  $\mathbf{H}_L$  – ведущее магнитное поле

Для наглядности на рис. 3.8 изображено поведение вектора поляризации для случая  $\alpha = 90^\circ$ . На рисунках 3.7, 3.8 используется одна и та же система координат (X, Y, Z). Для наблюдения эффекта деполаризации продифрагированного нейтронного пучка изучалась зависимость от угла  $\alpha$  скорости счета в детекторах (11) после анализатора (10), пропускающего нейтроны только с поляризацией, параллельной  $\mathbf{H}_g^S$ .

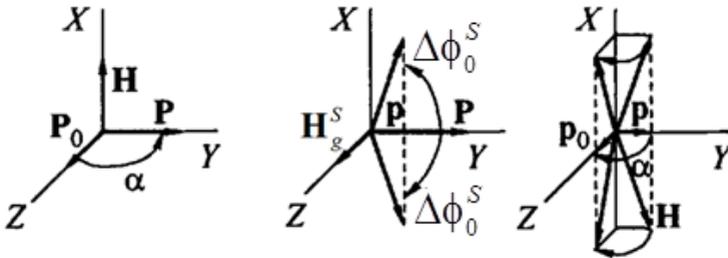


Рис. 3.8. Схематичное изображение поведения вектора поляризации нейтрона при прохождении через экспериментальную установку для случая  $\alpha = 90^\circ$

Описанная процедура измерений аналогична так называемой методике спинового эха.

Из ранее проведенных измерений времяпролетного спектра продифрагировавшего пучка (см. рис. 3.5) было известно, что в прямой дифракционный пучок дают вклад нейтроны, продифрагировавшие не только на интересующей нас системе плоскостей, но и на некоторых других системах с нулевым межплоскостным электрическим полем (для которых эффект деполяризации отсутствует). Для уменьшения вклада от этих фоновых отражений в пучок нейтронов до кристалла помещался поликристаллический фильтр из окиси бериллия ( $\text{BeO}$ ) толщиной 120 мм (3), который пропускал только нейтроны с длиной волны  $\lambda > 4,7 \text{ \AA}$ . С таким фильтром вклад в прямой дифракционный пучок нейтронов от фоновых отражений оценивался как  $\sim (20 \pm 10) \%$  от интенсивности пучка, продифрагировавшего на рабочей плоскости (110). Неопределенность этого вклада приводит к появлению систематической погрешности у измеряемой величины.

Если в кристалле происходит поворот спина нейтрона на углы  $\pm \Delta\phi_0^S$  для состояний  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$ , то зависимость от угла  $\alpha$  скорости счета  $N$  в детекторе после анализатора поляризации будет выглядеть следующим образом:

$$N = N_0 [1 + P_Z(\alpha)]. \quad (3.23)$$

Действительно, из определения поляризации имеем:

$$P_Z = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \equiv \frac{\Delta N}{N_0}. \quad (3.24)$$

Так что изменение скорости счета нейтронов  $\Delta N$  связано с величиной поляризации  $P_Z$  следующим образом:

$$\Delta N = P_Z N_0.$$

В результате и получается формула (3.23).

$$N = N_0 + \Delta N = N_0 + P_Z N_0.$$

Величина проекции  $P_Z$  поляризации нейтронного пучка на направление  $\mathbf{H}_g^S$  после поворота начальной поляризации в кристалле (на углы  $\pm\Delta\phi_0^S$ ) и катушке (8) с полем  $-\mathbf{H}$  (на угол  $-\alpha$ ) равна

$$P_Z = P_0 \left( \cos \Delta\phi_0^S \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \right). \quad (3.25)$$

При отсутствии эффекта, то есть когда  $\Delta\phi_0^S = 0$ , имеем  $P_Z = P_0$ , так что  $N$  не будет зависеть от угла  $\alpha$ .

Из предварительных измерений на прямом пучке было установлено, что величина исходной поляризации  $P_0 = (87 \pm 3) \%$ .

Таким образом, из зависимости скорости счета нейтронов  $N$  от угла  $\alpha$  можно извлечь величину  $\Delta\phi_0^S$ . Пример такой зависимости приведен на рис. 3.9. По левой оси ординат отложено соответствующее значение поляризации  $P_Z$ . Кривая на рис. 3.9 есть результат подгонки экспериментальной зависимости по формулам (3.23, 3.25).

Как было показано ранее [41–45, 85], эффект от швингеровского взаимодействия не зависит от угла Брэгга, что и наблюдалось экспериментально (см. рис. 3.10).

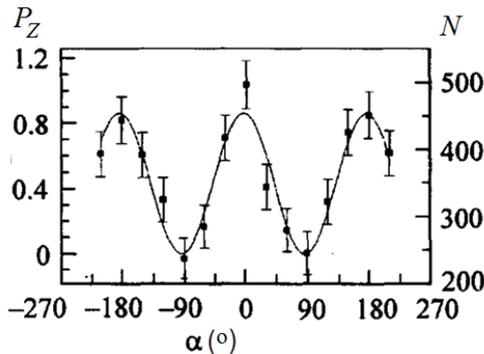


Рис. 3.9. Пример зависимости поляризации (интенсивности после анализатора) нейтронов, продифрагировавших на плоскости (110)  $\alpha$ -кварца, от угла  $\alpha$  между швингеровским магнитным полем  $\mathbf{H}_g^S$  и вектором поляризации налетающих нейтронов при угле Брэгга  $\theta_B = 84^{\circ}$

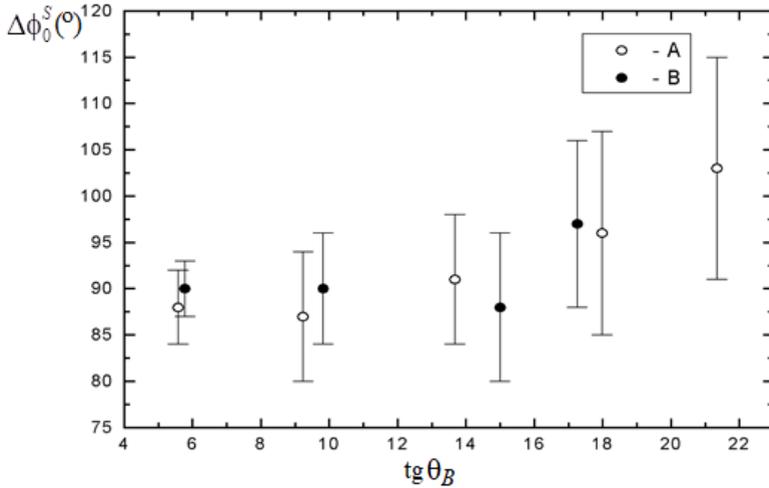


Рис. 3.10. Зависимость угла поворота  $\Delta\phi_0^S$  спина нейтрона за счет швингеровского взаимодействия от тангенса угла Брэгга. А и В – два положения кристалла (см. рис. 3.7)

Используя экспериментальные значения угла поворота  $\Delta\phi_0^S$ , можно получить величину внутрикристаллического электрического поля, действующего на дифрагирующий нейтрон:

$$E_{(110)} = (2,24 \pm 0,05(0,20)) \cdot 10^8 \text{ В/см}, \quad (3.26)$$

где в скобках указана величина систематической погрешности, обусловленной неопределенностью вклада фоновых отражений.

Приведенное значение электрического поля согласуется в пределах погрешности с величиной, измеренной по сдвигу фазы маятниковой картины при перевороте спина налетающего нейтрона при угле Брэгга  $\theta_B = 25^\circ$  [44, 45], что является подтверждением того, что (по крайней мере до  $\theta_B = 87^\circ$ , то есть при  $1/(\pi/2 - \theta_B) \sim 20$ ) электрическое поле остается неизменным, и уже при таком угле дифракции чувствительность метода к ЭДМ нейтрона возрастает приблизительно в 20 раз (по сравнению с  $\theta_B = 45^\circ$ ).

## Часть 4. НЕЙТРОННАЯ ОПТИКА НЕЦЕНТРОСИММЕТРИЧНОГО КРИСТАЛЛА

В данной части рассматриваются нейтронно-оптические явления, связанные с вращением спина при прохождении через нецентросимметричный кристалл при значительных, порядка ( $10^3$ – $10^5$ ) брэгговских ширин, отклонениях от условия Брэгга. Это еще один класс эффектов, обусловленный наличием электрических полей, действующих на нейтрон в нецентросимметричном кристалле.

### 4.1. Прохождение нейтронов через кристалл без центра симметрии. Теория возмущений

Рассмотрим случаи, изображенные на рис. 4.1, 4.2, когда энергия или направление движущегося в кристалле нейтрона далеки от брэгговских, то есть когда дифракция отсутствует. Оказывается, что даже в этом случае нейтрон «чувствует» наличие кристаллической структуры. В общем виде данный случай был разобран в разделе 1.3. Здесь мы более детально остановимся на эффектах вращения спина в кристаллах без центра симметрии.

Как уже было показано (см. уравнения (1.24), (1.25)), во втором порядке теории возмущений кинетическую энергию нейтрона в кристалле можно записать следующим образом [42]:

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} - V_0 - \sum_g \frac{V_g V_{-g}}{E_k - E_{k_g}} \equiv \frac{\hbar^2 K^2}{2m} - \sum_g \frac{V_g V_{-g}}{2\Delta_g^\varepsilon}. \quad (4.1)$$

Здесь  $k_0$  – величина волнового вектора падающего нейтрона в пустоте,  $k$  – величина волнового вектора нейтрона в кристалле,  $K$  – величина волнового вектора нейтрона в кристалле с учетом среднего потенциала кристалла  $V_0$  (среднего коэффициента преломления). Разница  $(E_k - E_{k_g}) / 2 = \Delta_g^\varepsilon = \hbar^2 \Delta_g / 2m$  есть не что иное, как отклонение от условия Брэгга (см. 2.23) в энергетических единицах (см. рис. 4.1, 4.2).

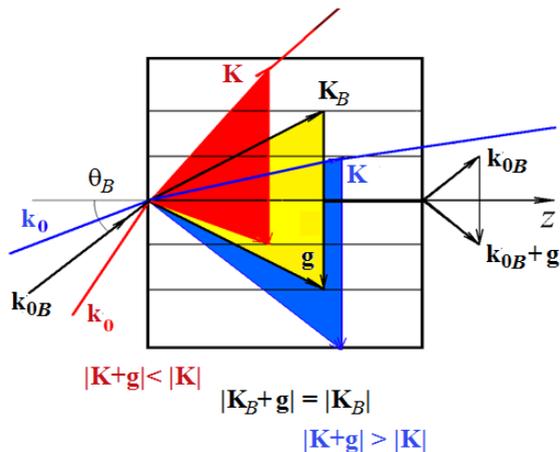


Рис. 4.1. Распространение в кристалле нейтрона с одинаковыми по величине, но с разными по направлению волновыми векторами  $\mathbf{K}$  относительно вектора обратной решетки  $\mathbf{g}$ :  $K > |\mathbf{K} + \mathbf{g}|$  ( $\Delta_g > 0$ ) – нейтрон сконцентрирован преимущественно на ядерных плоскостях (красный цвет);  $K < |\mathbf{K} + \mathbf{g}|$  ( $\Delta_g < 0$ ) – между плоскостями (синий цвет). Эти два случая соответствуют нейтронной оптике. Случай  $|\mathbf{K} + \mathbf{g}| = K$  ( $\Delta_g = 0$ ) соответствует дифракции нейтрона (желтый цвет), при этом оба типа блоховских волн возбуждаются в кристалле с одинаковой амплитудой, нейтрон распространяется вдоль кристаллографических плоскостей, и после кристалла мы имеем две волны – прямую и отраженную

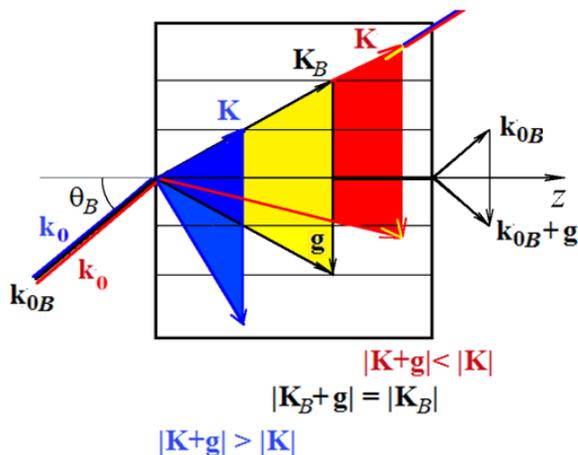


Рис. 4.2. Распространение в кристалле нейтрона с разными по величине волновыми векторами  $\mathbf{K}$ . Три варианта,  $|\mathbf{K}| > |\mathbf{K} + \mathbf{g}|$ ,  $|\mathbf{K}| < |\mathbf{K} + \mathbf{g}|$  и  $|\mathbf{K}| = |\mathbf{K} + \mathbf{g}|$ , аналогичны показанным на рис. 4.1

Из (4.1) следует, что появляется добавка к средней потенциальной энергии  $V_0$  нейтрона в кристалле, обусловленная кристаллической структурой рассеивателя, то есть нейтрон, проходя через кристалл и не испытывая брэгговского отражения, тем не менее «чувствует» его периодическую структуру. Эта поправка связана с концентрацией нейтронов либо на кристаллографических «ядерных» плоскостях (максимумах ядерного потенциала), либо между ними в зависимости от знака  $\Delta_g^E$ . Напомним, что

$$|\Psi|^2 = 1 + \sum_g \frac{v_g^N}{\Delta_g^E} \cos(\mathbf{g}\mathbf{r} + \phi_g^N), \quad (4.2)$$

где  $v_g^N$ ,  $\phi_g^N$  – абсолютная величина и фаза комплексной амплитуды  $V_g^N$   $g$ -гармоники ядерного потенциала взаимодействия нейтрона с кристаллом. Здесь мы пренебрегли влиянием электромагнитного взаимодействия нейтронов на их пространственное распределение в кристалле.

Однако в величину  $V_g V_{-g}$ , которая определяет добавочное изменение кинетической энергии нейтрона в кристалле, все типы взаимодействия нейтрона с кристаллом могут дать существенный вклад.

Для случая немагнитного, непоглощающего кристалла, пренебрегая вкладом от ЭДМ нейтрона, выражение для  $V_g$  можно записать [42] следующим образом (см. выражение (1.16)):

$$V_g = v_g^N e^{i\phi_g^N} + i v_g^E e^{i\phi_g^E} \mu \frac{\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{g} \times \mathbf{v}_{\parallel}]}{c}. \quad (4.3)$$

Здесь  $v_g^E$ ,  $\phi_g^E$  – абсолютная величина и фаза амплитуды  $V_g^E$   $g$ -гармоники электрического потенциала кристалла;  $\mu$ ,  $v$  – магнитный момент и скорость нейтрона,  $c$  – скорость света.

Подставляя это выражение в (4.1) и учитывая, что для непоглощающего кристалла  $V_g = V_{-g}^*$ , а также пренебрегая слагаемыми, квадратичными по электромагнитному взаимодействию, получим:

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 K^2}{2m} - \sum_g \frac{(v_g^N)^2}{2\Delta_g^E} - \mu \frac{\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{E}_{\text{sum}} \times \mathbf{v}]}{c}, \quad (4.4)$$

где

$$\mathbf{E}_{\text{sum}} = \sum_g \frac{v_g^N}{\Delta_g^E} v_g^E \mathbf{g} \sin \Delta \phi_g \quad (4.5)$$

– суммарное по всем отражающим плоскостям электрическое поле, действующее на нейтрон,  $\Delta\phi_g = \phi_g^N - \phi_g^E$  – сдвиг фазы между  $g$ -гармониками ядерного и электрического потенциалов кристалла.

Это поле есть не что иное, как действующее на нейтрон электрическое поле кристалла, усредненное по приведенному выше распределению (4.2) плотности нейтронов в кристалле, и оно, как и раньше, появляется из-за того, что максимумы распределения плотности нейтронов (совпадающие с максимумами или минимумами ядерного потенциала) не совпадают с максимумами или минимумами электрического потенциала.

Заметим, что коэффициент преломления нейтрона в кристалле становится зависящим от направления спина нейтрона:

$$n^2 = k^2 / k_0^2 = n_0^2 - \Delta n_d^2 - \Delta n_s^2,$$

где  $n_0^2 = K^2 / k_0^2$  – квадрат среднего коэффициента преломления, обусловленного средним потенциалом кристалла  $V_0$ ,

$$\Delta n_d^2 = \frac{2m}{\hbar^2 k_0^2} \sum_g \frac{(v_g^N)^2}{2\Delta_g^\varepsilon}$$

– малая дифракционная добавка к  $n_0^2$ , и, наконец,

$$\Delta n_s^2 = \frac{2m}{\hbar^2 k_0^2} \frac{\mu\sigma[\mathbf{E}_{\text{sum}} \times \mathbf{v}]}{c}$$

– поправка к коэффициенту преломления, зависящая от спина нейтрона. Формально она возникла в результате интерференции ядерной и швингеровской (спин-орбитальной) структурных амплитуд (см. выражение для электрического поля (4.5)).

Для центросимметричного кристалла  $\phi_g^N = \phi_g^E = \Delta\phi_g = 0$ , так что спин-орбитальная амплитуда становится чисто мнимой, ядерная же амплитуда для непоглощающего кристалла чисто вещественна, поэтому интерференция исчезает и, соответственно,  $\mathbf{E}_{\text{sum}} \equiv 0$ .

С точки зрения физики явления в нецентросимметричном кристалле (из-за того что «электрические» плоскости кристалла смещены относительно «ядерных», то есть  $\Delta\phi_g \neq 0$ ) возникает электрическое поле, действующее на нейтрон, поэтому волновой вектор нейтрона в кристалле из-за швингеровского взаимодействия становится зависящим от направления спина, что приводит к вращению спина нейтрона вокруг направления швингеровского магнитного поля

$$\mathbf{H}_{\text{sum}}^S = \frac{[\mathbf{E}_{\text{sum}} \times \mathbf{v}]}{c}$$

на угол

$$\varphi_S = \frac{2\mu H_{\text{sum}}^S L}{\hbar \nu} = \frac{2\mu |[\mathbf{E}_{\text{sum}} \times \mathbf{v}]| L}{\hbar c \nu}, \quad (4.6)$$

где  $L$  – толщина кристалла в направлении движения нейтрона. Пример рассчитанной зависимости  $\varphi_S$  от величины и направления волнового вектора  $\mathbf{K}$  нейтрона для кристалла кварца показан на рис. 4.3.

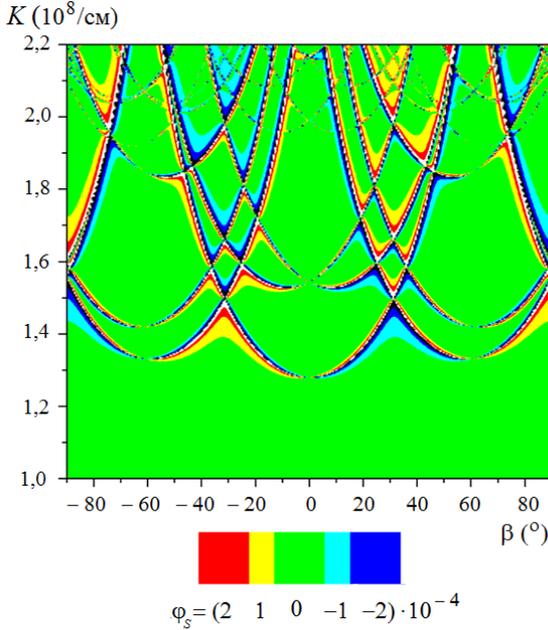


Рис. 4.3. Карта линий постоянных значений  $\varphi_S(K, \beta) = \text{const}$  для кристалла  $\alpha$ -кварца в зависимости от величины ( $K$ ) и направления ( $\beta$ ) волнового вектора  $\mathbf{K}$  нейтрона в кристалле,  $\beta$  – угол с направлением  $(110)$ . Результат теоретического расчета

Поглощение в кристалле можно учесть, введя мнимую часть в ядерный потенциал кристалла (см. раздел 5.6). В результате, разложив и ее в ряд Фурье по векторам обратной решетки, для амплитуды  $g$ -гармоники взаимодействия нейтрона с кристаллом  $V_g$  можно написать:

$$V_g = v_g^N e^{i\phi_g^N} + i v_g^{N'} e^{i\phi_g^{N'}} + i v_g^E e^{i\phi_g^E} \mu \frac{\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{g} \times \mathbf{v}_{\parallel}]}{c}, \quad (4.7)$$

где  $v_g^{N'}$ ,  $\phi_g^{N'}$  – абсолютная величина и фаза амплитуды  $g$ -гармоники мнимой части ядерного потенциала  $V_g'$ . Тогда для величины кинетической энергии нейтрона в кристалле получим:

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 K^2}{2m} - V_{(g)} - i(V_0' + V_{(g)}') - \mu \frac{\boldsymbol{\sigma}[(\mathbf{E}_{\text{sum}} + i\mathbf{E}'_{\text{sum}}) \times \mathbf{v}]}{c}. \quad (4.8)$$

Здесь

$$V_{(g)} = \sum_g \frac{(v_g^N)^2 - (v_g^{N'})^2}{2\Delta_g^\varepsilon}, \quad (4.9)$$

$$V_{(g)}' = \sum_g \frac{v_g^N v_g^{N'} \cos(\phi_g^N - \phi_g^{N'})}{\Delta_g^\varepsilon}, \quad (4.10)$$

$$\mathbf{E}'_{\text{sum}} = \sum_g \frac{v_g^{N'}}{\Delta_g^\varepsilon} v_g^E \mathbf{g} \sin(\phi_g^{N'} - \phi_g^E). \quad (4.11)$$

Таким образом, для нецентросимметричного кристалла мнимая часть коэффициента преломления нейтрона в кристалле, то есть поглощение, может зависеть как от направления и величины скорости нейтрона, так и от направления спина.

Расчеты показывают, что величины дифракционных поправок для кристалла  $\alpha$ -кварца в широком диапазоне длин волн составляют:

$$V_{(g)} + iV_{(g)}' \approx 10^{-3} (V_0 + iV_0'), \quad \mu \boldsymbol{\sigma}[(\mathbf{E}_{\text{sum}} + i\mathbf{E}'_{\text{sum}}) \times \mathbf{v}] / c \approx 10^{-6} (V_0 + iV_0').$$

Данные величины быстро растут при приближении к какой-либо отражающей плоскости или группе плоскостей.

Обратим внимание на то, что, несмотря на малость, последняя дифракционная поправка из-за своей спиновой зависимости приводит к достаточно большим наблюдаемым эффектам.

## 4.2. Экспериментальное обнаружение нейтронно-оптического эффекта вращения спина

Схема эксперимента, который был проведен на реакторе ВВР-М в 2001 г. [90–93], приведена на рис. 4.4.

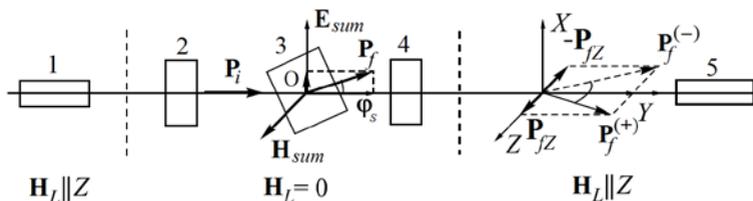


Рис. 4.4. Схема эксперимента: 1 – нейтронно-провод-поляризатор; 2 – катушка поворота вокруг оси  $X$  на угол  $\pi/2$ ; 3 – монокристалл  $\alpha$ -кварца размерами  $14 \times 14 \times 3,5$  см<sup>3</sup>; 4 – катушка поворота вокруг оси  $Y$  на угол  $\pm\pi/2$ ; 5 – нейтронно-провод-анализатор;  $H_L$  – ведущее магнитное поле;  $O$  – ось вращения кристалла

В эксперименте был использован монокристалл  $\alpha$ -кварца размерами  $14 \times 14 \times 3,5$  см<sup>3</sup>. Направление распространения нейтронов относительно лабораторной ( $X, Y, Z$ ) и кристаллографической систем координат ( $Z', X_1, X_2, X_3$ ) показано на рис. 4.5. Кристаллографическая ось  $Z'$  была повернута вокруг лабораторной оси  $Z$  на угол  $18,5^\circ$ , что было обусловлено вырезом используемого кристалла. Угол  $\beta$  поворота кристалла измерялся от вектора обратной решетки  $(110)$  ( $X_3$ ).

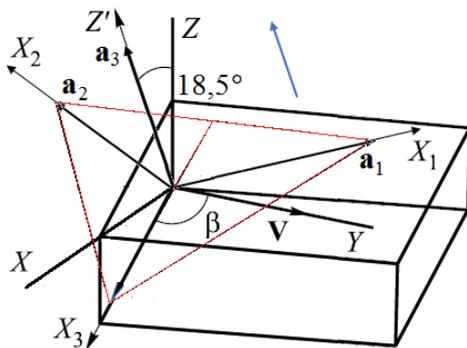


Рис. 4.5. Ориентация кристалла:  $a_1 = a_2 = a, a_3 = c$

На рис. 4.6 приведена фотография установки вместе с основными исполнителями работы.



Рис. 4.6. Экспериментальная установка на пучке № 2 реактора ВВР-М и основные участники эксперимента (слева направо: В. В. Федоров, В. В. Воронин, С. Ю. Семенихин)

Пучок нейтронов из реактора, пройдя через нейтронпровод-поляризатор, поляризуется параллельно направлению оси  $Z$ . Поляризация поддерживалась ведущим полем  $H_L$ . Далее для обнаружения эффекта вращения спина нейтрона при прохождении через нецентросимметричный кристалл катушкой 2 вектор поляризации нейтрона перед падением на кристалл поворачивался на угол  $\pi/2$  вокруг оси  $X$  и ориентировался в направлении его скорости (ось  $Y$ ). После прохождения нейтроном кристалла катушкой 4 вектор поляризации поворачивался вокруг оси  $Y$  на угол  $\pm\pi/2$ , после чего измерялась  $X$ -компонента спина, которая при отсутствии эффекта должна была равняться нулю. Для изучения спектральной зависимости эффекта использовалась времяпролетная методика. Чтобы исключить ложный эффект, связанный с ненулевой величиной  $X$ -компоненты вектора поляризации падающего пучка в условиях реального эксперимента, измерения проводились при двух положениях кристалла, отличающихся поворотом на  $180^\circ$  вокруг оси  $Z$ . Такой поворот эквивалентен замене скорости нейтрона  $v$  на  $-v$ . При этом изучаемый эффект изменяет знак, см. выражение (4.6).

Были проведены измерения спектральной зависимости угла поворота спина нейтрона при положениях кристалла, соответствующих  $\beta = 90^\circ$  и  $30^\circ$ . На рисунках 4.7, 4.8 показаны примеры экспериментальных зависимостей величины угла поворота спина  $\varphi$  от длины волны падающего нейтрона. Эти зависимости имеют ярко выраженный резонансный характер.

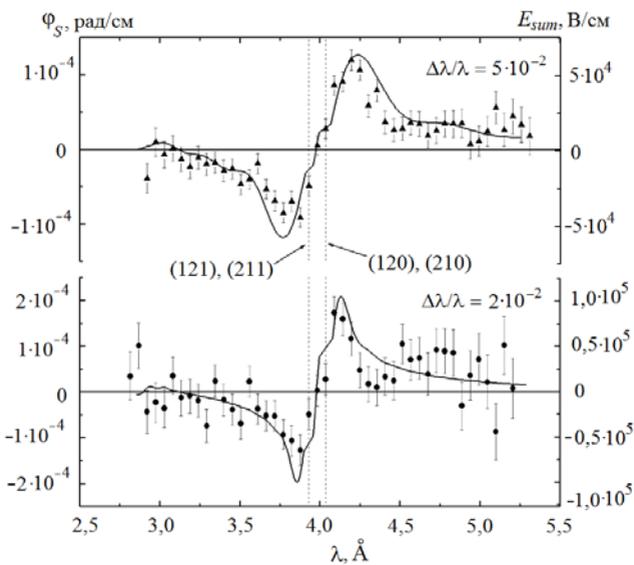


Рис. 4.7. Спектральная зависимость угла поворота вектора поляризации  $\Delta\varphi$  при  $\beta = 90^\circ$  для двух значений степени монохроматичности пучка  $\Delta\lambda/\lambda$ .

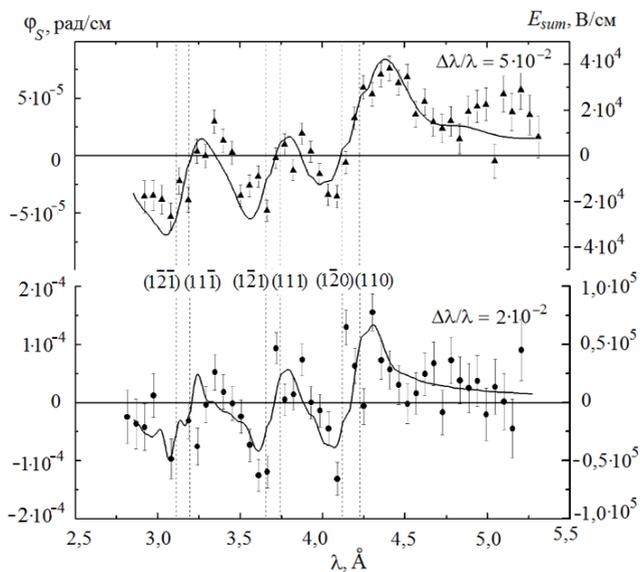


Рис. 4.8. Спектральная зависимость угла поворота вектора поляризации при  $\beta = 30^\circ$  для двух значений степени монохроматичности пучка  $\Delta\lambda/\lambda$ .

Эффект обращается в нуль вблизи значений длин волн, соответствующих брэгговским резонансам (которые отмечены *пунктирными линиями* для плоскостей с ненулевым электрическим полем), и меняет знак при пересечении резонансного значения (что соответствует изменению знака параметра  $\Delta_g^\varepsilon$ ).

*Сплошные кривые* есть расчетные зависимости, полученные усреднением зависимости (4.5) по длинам волн нейтронов в пределах, которые определяются степенью некогерентности пучка (энергетическим разрешением эксперимента). Ею же определяется максимальная величина эффекта.

Наблюдается хорошее согласие между экспериментальными и теоретическими зависимостями. Справа на оси ординат отложена соответствующая величина электрического поля  $E_{\text{sum}}$ . Случай, изображенный на рис. 4.7, соответствует ситуации, когда все вклады в  $E_{\text{sum}}$  от отдельных плоскостей складываются, что несколько увеличивает суммарный эффект и облегчает его обнаружение. На рисунке 4.8 изображен случай более или менее произвольного выбора ориентации кристалла. Нетрудно видеть, что во всем изучаемом диапазоне длин волн присутствует эффект на уровне  $5 \cdot 10^{-5}$  рад/см.

Это явление можно использовать для измерения электрических полей нецентросимметричных кристаллов. Возникает своего рода новая спиновая нейтронография кристаллографических плоскостей, для которых существует ненулевое электрическое поле. Заметим, что нейтронно-оптические эксперименты имеют очень высокую светосилу, поскольку интенсивность проходящего пучка нейтронов на много порядков выше интенсивности прорифрагировавших пучков.

### **4.3. Нейтронно-оптический метод поиска ЭДМ нейтрона при прохождении кристалла без центра симметрии в направлениях, близких к брэгговским**

В том случае, когда отклонение от условия Брэгга составляет не  $10^3$ – $10^4$  брэгговских ширин, как в предыдущем параграфе, а порядка 1–10, будет преобладать эффект от одной конкретной системы кристаллографических плоскостей, соответственно уравнение для кинетической энергии нейтрона в кристалле (4.1) упростится:

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} - V_0 - \frac{|V_g|^2}{E_k - E_{k_g}} = \frac{\hbar^2 K^2}{2m} - \frac{|V_g|^2}{2\Delta_g^\varepsilon}. \quad (4.12)$$

Тогда величина и знак электрического поля, действующего на нейтрон, определяются свойствами данной системы плоскостей кристалла, а также величиной и знаком параметра отклонения от условия Брэгга:

$$\mathbf{E} = \frac{v_g^N}{\Delta_g^\varepsilon} \mathbf{E}_g, \quad \mathbf{E}_g = v_g^E \mathbf{g} \sin \Delta\phi_g. \quad (4.13)$$

Здесь  $\mathbf{E}_g$  – межплоскостное электрическое поле, действующее на нейтрон в кристалле при точном выполнении условия Брэгга. Заметим, что для направленного пучка нейтронов (в достаточно узком телесном угле) параметр отклонения от условия Брэгга определяется отклонением длины волны нейтрона от брэгговского значения для заданного направления, см. рис. 4.2.

Таким образом, если мы сумеем выделить из всего пучка только те нейтроны, которые прошли через кристалл с определенным параметром отклонения от брэгговского условия (то есть с длиной волны или энергией, на заданную величину отличающейся от брэгговской), тем самым выделим такие нейтроны, которые прошли через кристалл в определенном электрическом поле. Изменение параметра отклонения (то есть длины волны нейтрона) позволяет менять величину и знак этого поля.

Для выделения нейтронов, прошедших через кристалл с заданным отклонением длины волны от точного брэгговского значения для «рабочей» системы плоскостей, можно использовать второй кристалл – сравнительно тонкий специальный монокристаллический кварцевый отражатель-анализатор с регулируемым межплоскостным расстоянием (например, за счет его нагрева или охлаждения).

Как мы уже отмечали, наличие электрического поля приводит к тому, что в системе отсчета, связанной с движущимся нейтроном, возникает «швингеровское» магнитное поле

$$\mathbf{H}^S = \frac{[\mathbf{E} \times \mathbf{v}]}{c} \equiv \frac{v_g^N}{\Delta_g^\varepsilon} \mathbf{H}_g^S, \quad \mathbf{H}_g^S = \frac{[\mathbf{E}_g \times \mathbf{v}]}{c}. \quad (4.14)$$

Швингеровское взаимодействие магнитного момента нейтрона с полем  $\mathbf{H}^S$  приведет к прецессии спина нейтрона вокруг направления этого поля. Угол поворота спина за счет швингеровского взаимодействия будет равен

$$\varphi_s = \frac{2\mu H^S L}{\hbar v_\perp} = \frac{2\mu E v_\parallel}{\hbar c} \frac{L}{v_\perp} = \frac{2\mu E L}{\hbar c} \operatorname{ctg}\theta, \quad (4.15)$$

где  $v_\parallel$  и  $v_\perp$  – параллельные и перпендикулярные кристаллографическим плоскостям компоненты скорости нейтрона (здесь и далее мы полагаем, что входная и выходная грани кристалла параллельны рабочим плоскостям),  $L$  – толщина кристалла,  $L/v_\perp$  – время пребывания нейтрона в кристалле,  $\theta$  – угол между направлением скорости нейтрона и кристаллографической

плоскостью (при приближении длины волны нейтрона к брэгговской он будет стремиться к углу Брэгга).

Наличие ЭДМ  $d_n$  у нейтрона приведет к дополнительному повороту спина вокруг  $\mathbf{E}$  на угол  $\varphi_d$ :

$$\varphi_d = \frac{2d_n EL}{\hbar v_{\perp}}. \quad (4.16)$$

Для исключения ложных эффектов при измерении ЭДМ нейтрона нужно, в частности, иметь возможность изменять знак электрического поля  $\mathbf{E}$ , действующего на нейтрон. Это можно сделать, изменив знак параметра отклонения  $\Delta_g^e$ , см. выражение (4.13).

Заметим, что когда направление электрического поля  $\mathbf{E} \sim \mathbf{g}$  совпадает со скоростью нейтрона, то есть при  $\theta = \pi/2$ , швингеровское взаимодействие (являющееся основным источником ложных эффектов при измерении ЭДМ) исчезает, и угол поворота спина за счет швингеровского взаимодействия становится равным нулю:

$$\varphi_s = \frac{2\mu EL}{\hbar c} \operatorname{ctg}\theta \xrightarrow{\theta \rightarrow \pi/2} \frac{2\mu EL}{\hbar c} \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \xrightarrow{\theta \rightarrow \pi/2} 0, \quad (4.17)$$

причем при изменении угла падения нейтронов на кристалл (знака  $\pi/2 - \theta$ ) угол швингеровского поворота спина также изменяет знак, тогда как эффект от ЭДМ практически остается неизменным. Таким образом, если в эксперименте по поиску ЭДМ нейтрона использовать падение нейтронов на кристалл перпендикулярно кристаллографической плоскости (то есть при углах дифракции  $\theta$ , близких к  $\pi/2$ ), то появляется возможность, с одной стороны, существенно уменьшить влияние швингеровского взаимодействия, а с другой стороны, его выделить за счет разного поведения от угла падения на кристалл и тем самым повысить чувствительность к ЭДМ.

На основе этой идеи был разработан новый нейтронно-оптический метод поиска ЭДМ нейтрона [94–97]. Принципиальная схема эксперимента показана на рис. 4.9.

Нейтронный пучок из реактора падает на рабочий кристалл кварца под прямым углом к отражающим плоскостям (1 1 0) с межплоскостным расстоянием  $d_0$ , которые параллельны входной грани кристалла. Нейтроны с длиной волны, удовлетворяющей условию Брэгга  $\lambda_B = 2d_0 \sin \theta_B$ , полностью отражаются от кристалла и не могут попасть на детектор. При нормальном ( $\theta_B \approx \pi/2$ ) падении нейтронов на кристалл имеем  $\lambda_B \approx 2d_0[1 - (\pi/2 - \theta_B)^2]$ . Сквозь кристалл могут пройти только нейтроны с длинами волн  $\lambda > \lambda_B$  либо  $\lambda < \lambda_B$ , причем в кристалле они будут двигаться в электрических полях разного знака (например,  $+\mathbf{E}$  и  $-\mathbf{E}$  соответственно), величина которых зависит

от параметра отклонения от условия Брэгга. Далее, пройдя через полупрозрачный кристалл пирографитического графита (в отражающем положении для плоскостей (002)) с коэффициентом отражения  $I_g = 1/2$  в области используемых длин волн и, соответственно, пропускания  $I_{0r} = 1/2$ , половина нейтронов падает на второй кристалл-анализатор (отражатель), который также вырезан из кварца и ориентирован точно так же, как и первый рабочий кристалл, то есть с отражающими плоскостями (110), расположенными параллельно тем же плоскостям рабочего кристалла. Кристалл-анализатор полностью отражает нейтроны, для которых выполняется условие  $\lambda = 2d \sin \theta_B$ , где  $d$  – его межплоскостное расстояние. Половина этих нейтронов отразится от кристалла пирографита и попадет на детектор. Однако для того чтобы кристалл-анализатор мог отражать нейтроны с длиной волны, отличной от брэгговской для первого кристалла, у него межплоскостное расстояние  $d$  должно отличаться от  $d_0$ . Этого можно достичь, например, нагревая или охлаждая кристалл-анализатор, то есть создавая разность температур между рабочим кристаллом и отражателем.

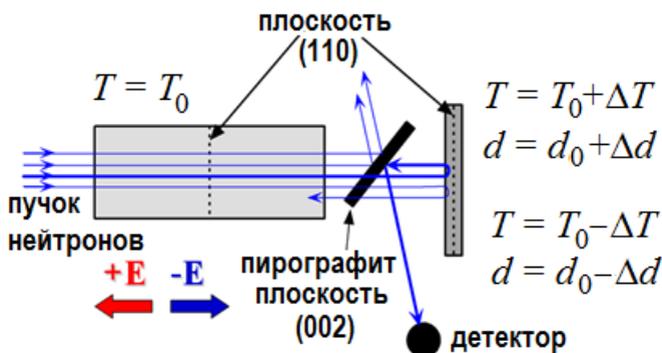


Рис. 4.9. Принципиальная схема эксперимента по поиску ЭДМ нейтрона при падении нейтронов под  $\pi/2$  к отражающим плоскостям кристалла. Длина волны и энергия зарегистрированного нейтрона, прошедшего через рабочий кристалл, определяется межплоскостным расстоянием  $d$  кристалла-анализатора (отражателя). Мы можем управлять этой величиной путем изменения температуры отражателя

Для того чтобы ввести разницу в межплоскостных расстояниях отражателя и рабочего кристалла, было использовано тепловое расширение кварца, см. рис. 4.10. Температура  $T_0$  рабочего кристалла поддерживается постоянной, а температура отражателя варьируется в пределах  $T = T_0 \pm \Delta T$ , что приводит к следующему изменению межплоскостного расстояния:

$$d = d_0(1 \pm \alpha_T \Delta T), \quad (4.18)$$

где  $\alpha_T$  – коэффициент теплового расширения кварца в направлении, перпендикулярном отражающим плоскостям. Характерная величина  $\alpha_T \sim 10^{-5}$ . Брэгговская ширина для плоскости (110) кварца приблизительно такая же:  $\Delta\lambda_B/\lambda = 10^{-5}$ , то есть изменение температуры отражателя на 1 К приводит к смещению по длине волны положения рефлекса на одну брэгговскую ширину. Изменение знака  $\Delta T$  приведет к изменению знака параметра  $\Delta_g$  и, как следствие, изменению знака электрического поля, которое действовало на зарегистрированный нейтрон при прохождении через рабочий кристалл.

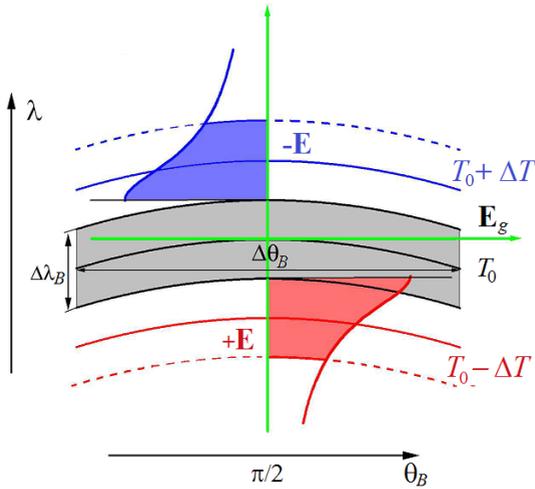


Рис. 4.10. Зависимости  $\lambda_B = 2d \sin \theta_B$  для разных значений (в пределах брэгговской ширины) межплоскостных расстояний  $d$  кристалла-отражателя, определяемых его температурой. Величина и знак электрического поля, которое действовало на нейтрон, в рабочем кристалле, определяются параметром отклонения от точного условия Брэгга. Чтобы переключить знак электрического поля, нужно выбрать нейтроны с разной энергией, немного большей или меньшей брэгговской, то есть изменить знак  $\Delta T$

В 2004–2006 гг. на реакторах ВВР-М (ПИЯФ, Гатчина) и HFR (Институт Лауэ – Ланжевена, Гренобль, Франция) был проведен цикл исследований новых эффектов, обусловленных взаимодействием нейтронов с нецентросимметричным кристаллом при их прохождении через кристалл вблизи брэгговских условий для кристалла кварца, кристаллографическая плоскость (110) [94–97]. На рис. 4.11. представлена схема экспериментальной установки, использованной в тестовом эксперименте по измерению ЭДМ нейтрона на высокопоточном реакторе в ИЛЛ, в основе которой лежит принцип, показанный на рис. 4.9. Экспериментальная установка на пучке PF1b

реактора ILL и участники, проводившие эксперимент, представлены на рис. 4.12.

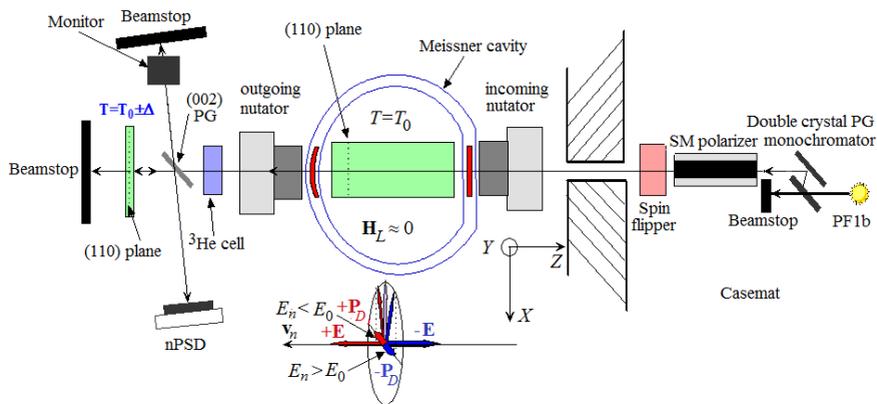


Рис. 4.11. Схема экспериментальной установки



Рис. 4.12. Экспериментальная установка на пучке PF1b реактора ILL и участники, проводившие эксперимент

Итак, интенсивный пучок холодных нейтронов с угловой расходимостью  $\sim 10^{-2}$  из нейтроновода PF1b [98] реактора ILL (рис. 4.11, *справа*) проходит через двухкристальный монокроматор из пиролитического графита (PG), кристаллы которого ориентированы так, чтобы плоскости (002) отражали нейтроны с длиной волны  $\lambda \sim 4,9 \text{ \AA}$  (степень монокроматичности выделенного пучка  $\sim 1 \%$ ). Остальной пучок гасится в ловушке нейтронов. Далее нейтроны поляризуются суперзеркальным поляризатором (степень поляризации  $\sim 98 \%$ ), после чего проходят через резонансный спин-флиппер, который позволяет переворачивать спин нейтрона. Далее они попадают в систему трехмерного анализа поляризации Ctorad [99–101], где расположен рабочий кристалл, помещенный внутрь сверхпроводящего экрана, то есть в область, условно говоря, нулевого магнитного поля, в котором происходит свободная прецессия спина в электрическом поле рабочего кристалла (за счет взаимодействия магнитного и электрического дипольных моментов нейтрона с этим полем), а также в остаточных магнитных полях.

Входной нутатор, поворачивающий спин на произвольный угол в плоскости  $X$ ,  $Y$ , и катушка с током внутри мейсснеровской полости, позволяющая поворачивать спин в сторону оси  $Z$ , задают направление начальной поляризации пучка нейтронов, падающего на рабочий кристалл. Аналогично вторая катушка внутри полости и выходной нутатор на выходе из экрана задают направление анализа поляризации после прохождения нейтронами рабочего кристалла. В процессе измерения ЭДМ нейтрона эти направления должны быть перпендикулярны друг другу и электрическому полю кристалла. Например, если поляризация на входе в кристалл направлена по оси  $X$ , то на выходе нужно измерять поляризацию  $P_{YX}$  по оси  $Y$ . Наличие ЭДМ приведет к появлению такой ненулевой поляризации, величина и знак которой будут зависеть от величины и знака электрического поля, действовавшего на нейтрон в кристалле.

Система трехмерного анализа поляризации позволяет измерить все компоненты  $P_{ik}$  этой матрицы (тензора) поляризации (индексы  $i$  и  $k$  пробегают значения  $X, Y, Z$ ). Величину поляризации прошедшего пучка в данном эксперименте удобно измерять с помощью спинового фильтра, представляющего собой стеклянную ячейку, наполненную газом поляризованного  $^3\text{He}$ , так как использование анализатора, основанного на зеркальном отражении от намагниченной поверхности, неизбежно приведет к угловому смещению пучка нейтронов и разъюстировке двухкристальной схемы (два кварцевых монокристалла). Спиновый фильтр пропускает нейтроны только с заданной поляризацией, величина которой пропорциональна интенсивности прошедшего пучка и зависит от энергии нейтрона (параметра отклонения от условия Брэгга). Поэтому после  $^3\text{He}$ -ячейки нейтроны направляются на полупрозрачный кристалл из пиролитического графита (PG) в отражающем положении для плоскости (002). Толщина кристалла PG выбрана такой, чтобы его коэффициент отражения (и, соответственно, прохождения) был равен  $\sim 50 \%$

для рабочей длины волны  $\lambda \approx 4,9 \text{ \AA}$ . Нейтроны, прошедшие через пирографит, падают на кварцевый монокристалл-анализатор и отражаются назад (причем с длиной волны, регулируемой температурой этого кристалла), далее 50 % из них, отражаясь от кристалла пирографита, попадают на детектор и регистрируются. Таким образом, на PG-кристалле теряется 75 % (два раза по 50 %) интенсивности. Заметим, что в эксперименте использовался позиционно-чувствительный детектор (PCD) нейтронов.

В центральной части он регистрировал нейтроны, прошедшие через кристалл под углом  $\theta = \pi/2$ , то есть вдоль оси  $Z$  (направление средней скорости нейтронов в слегка расходящемся пучке). Отклонение направления движения нейтрона от этой оси в ту или противоположную сторону приводит к изменению знака эффекта от швингеровского взаимодействия (то есть вращению спина в сторону оси  $Z$  или от нее, что приводит к разного знака отличию от нуля, например, компоненты  $P_{ZX}$  матрицы поляризации), при этом эффект от ЭДМ нейтрона (вращение спина в плоскости  $X, Y$ ) остается неизменным.

Таким образом, поскольку оси вращения спина за счет ЭДМ и за счет швингеровского взаимодействия строго перпендикулярны, система трехмерного анализа позволяет их разделить, а следовательно и подавить, ложный эффект от швингеровского взаимодействия. Измерение  $P_{YX}$  и  $P_{XY}$  дает информацию об ЭДМ нейтрона, а  $P_{ZX}$  и  $P_{ZY}$  – о величине швингеровского взаимодействия, имитирующего эффект от ЭДМ при небольшом рассогласовании ориентации кристалла и скорости нейтрона. Измерения  $P_{ZX}$  и  $P_{ZY}$  можно использовать в качестве контрольных.

Изменяя знак внутрикристаллического электрического поля, действующего на нейтрон в кристалле (изменяя температуру кристалла-анализатора), мы изменяем знаки эффектов поворота спина от швингеровского взаимодействия и ЭДМ нейтрона, но никак не влияем на знаки эффектов поворота спина в остаточных магнитных полях. Поэтому, вычитая друг из друга эффекты, измеренные при разных температурах, отвечающих противоположным кристаллическим полям, мы практически полностью подавляем эффекты, связанные с остаточными магнитными полями в системе.

Разность тензоров поляризации  $\Delta P_{ik}$ , описывающих указанные эффекты при разных температурах (отвечающих противоположным полям  $\pm E$ ), можно записать в виде

$$\Delta P_{ik} = g_n \tau_0 \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -H_{\text{EDM}} & 0 \\ H_{\text{EDM}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\text{ЭДМ}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & H_y^S \\ 0 & 0 & -H_x^S \\ -H_y^S & H_x^S & 0 \end{pmatrix}}_{\text{швингеровское взаимодействие}} + \frac{\Delta\tau}{\tau_0} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -H_z & H_y \\ H_z & 0 & -H_x \\ -H_y & H_x & 0 \end{pmatrix}}_{\text{остаточное магнитное поле}} \right]. \quad (4.19)$$

Здесь  $\Delta\tau = (\tau_+ - \tau_-)/2$ ,  $\tau_0 = (\tau_+ + \tau_-)/2$ ,  $\tau_{\pm}$  – времена пребывания нейтрона в кристалле в полях  $\pm\mathbf{E}$  (при разных температурах они слегка отличаются, поскольку определяются длинами волн (скоростями) нейтрона в рабочем кристалле, то есть межплоскостными расстояниями кристалла-отражателя),  $H_i$  – компоненты остаточного магнитного поля  $\mathbf{H}$  в системе,  $H_i^S$  – компоненты швингеровского магнитного поля  $\mathbf{H}^S$ ,  $H_{\text{EDM}} = Ed_n/\mu_n$  – эффективное магнитное поле, соответствующее электрическому полю  $E$ ,  $g_n = 2\mu_n/\hbar = 1,8 \cdot 10^4 \text{ Гс}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$  – гиромангнитное отношение нейтрона. Например, для  $E = 1 \cdot 10^8 \text{ В/см}$  и  $d_n = 10^{-26} e \cdot \text{см}$  имеем  $H_{\text{EDM}} = 1,7 \cdot 10^{-7} \text{ Гс}$ .

Подчеркнем еще раз, что кристалл-анализатор отражает нейтроны с длиной волны, соответствующей его межплоскостному расстоянию  $d$ , которое регулируется температурой кристалла. Другими словами, отражатель отбирает из всего пучка, прошедшего через рабочий кристалл, только те нейтроны, у которых длина волны отличается от брэгговской для первого кристалла (определяемой  $d_0$ ) на заданную величину, то есть с заданным параметром отклонения  $\Delta g$ , что определяет величину и знак электрического поля, в котором нейтроны прошли через рабочий кристалл, см. рис. 4.9 и уравнение (4.13).

Система трехмерного анализа поляризации вместе с позиционно-чувствительным детектором позволяет провести одновременно с основным опытом ряд тестовых экспериментов и избавиться от ряда ложных эффектов, симулирующих ЭДМ нейтрона.

Примеры результатов измерений зависимости величин  $\Delta P_{ZY}$ ,  $\Delta P_{ZX}$ , а также  $\Delta P_{YX}$  и  $\Delta P_{XY}$  от отклонения направления движения нейтрона от оси  $Z$  (координаты  $x$ ,  $y$  на позиционно-чувствительном детекторе) приведены на рис. 4.13, 4.14.

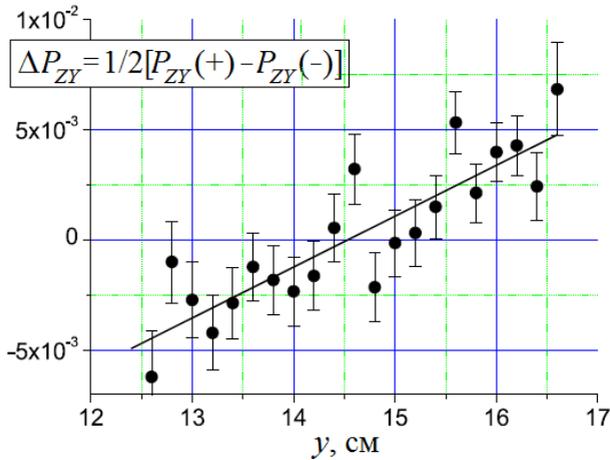


Рис. 4.13. Пример измеренной зависимости  $P_{ZY}$  от пространственной координаты  $y$  позиционно-чувствительного детектора

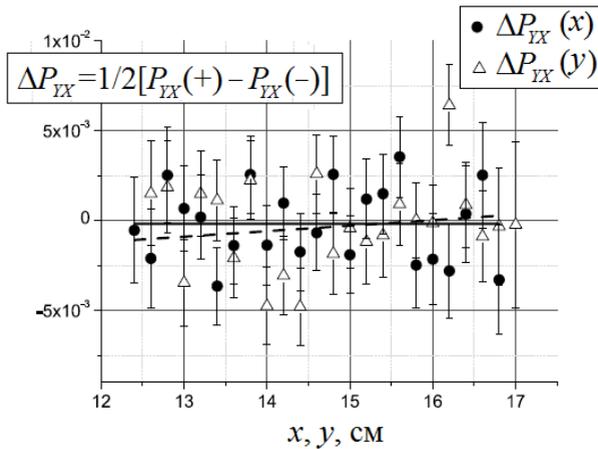


Рис. 4.14. Измеренные зависимости  $P_{YX}$  от пространственных координат  $x$  и  $y$  позиционно-чувствительным детектором

Экспериментальная зависимость интенсивности нейтронов, регистрируемых детектором, от разницы температур двух кристаллов показана на рис. 4.15. При совпадении межплоскостного расстояния для двух кристаллов мы должны иметь минимум интенсивности, что и наблюдалось, см. рис. 4.15. Однако интересно отметить, что на уровне  $\Delta d/d \sim 10^{-5}$  было обнаружено несовпадение межплоскостных расстояний двух кристаллов

кварца при одинаковой температуре, используемых в эксперименте, несмотря на очень высокую степень совершенства обоих кристаллов. Минимум интенсивности, соответствующий одинаковым межплоскостным расстояниям кристаллов, оказался при  $\Delta T \neq 0$ , то есть при разных температурах кристаллов. Это расхождение никак не сказывается на наблюдаемых эффектах, однако его причины не совсем понятны. Возможно, это связано с разными условиями роста: один из монокристаллов выращен искусственным образом в г. Александрове, под Москвой, а второй представляет собой образец естественного кварца, который вырос на Урале в природных условиях. На основе высокой чувствительности такого рода экспериментов к разности межплоскостных расстояний был развит прецизионный метод изучения совершенства кристаллов большого размера (см. ниже часть 6).

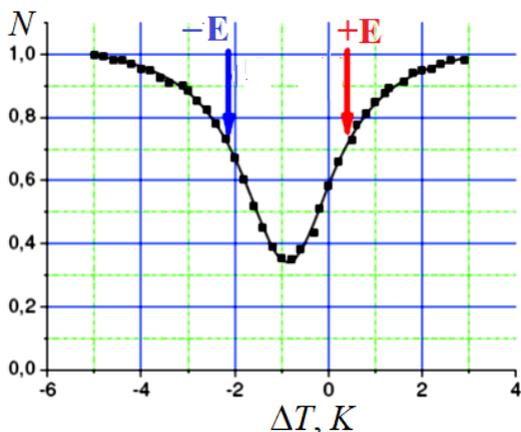


Рис. 4.15. Зависимость интенсивности, регистрируемой детектором, от разницы температур двух кристаллов. Стрелками показаны температуры, соответствующие максимальным значениям величин электрического поля, действующего на нейтрон в кристалле, следующие из рис. 4.16

Результаты измерений величины поворота спина нейтрона за счет швингеровского взаимодействия [94], полученные на реакторе ВВР-М при угле дифракции  $\theta_B = 86^\circ$  и толщине кристалла  $L = 14$  см, показаны на рис. 4.16. Из них можно получить величину электрического поля, действующего на нейтрон в кристалле, см. (4.14) и (4.15), которая и отложена по правой оси. Из рисунка 4.16 следует, что величина электрического поля достигает  $0,7 \cdot 10^8$  В/см, и переключение знака этого поля осуществляется изменением температуры кристалла-анализатора всего на 1 К.

Результаты измерений [96, 97], проведенных в ИЛЛ, позволили определить элементы разности матриц поляризации (4.19). В частности, данные

по швингеровскому взаимодействию показали ожидаемое линейное изменение поляризации при отклонении регистрируемого нейтрона от центра позиционно-чувствительного детектора (рис. 4.13), которое пропорционально  $\psi$  и соответствует малым отклонениям направления движения нейтрона от оси  $Z$  (направления электрического поля в кристалле). Это позволило нам получить электрическое поле, действующее на нейтроны:

$$E_{\text{exp}} = (0,7 \pm 0,1) \cdot 10^8 \text{ В/см.}$$

Эта величина вполне согласуется с полученной ранее [94] при угле дифракции  $86^\circ$ , см. рис. 4.16.

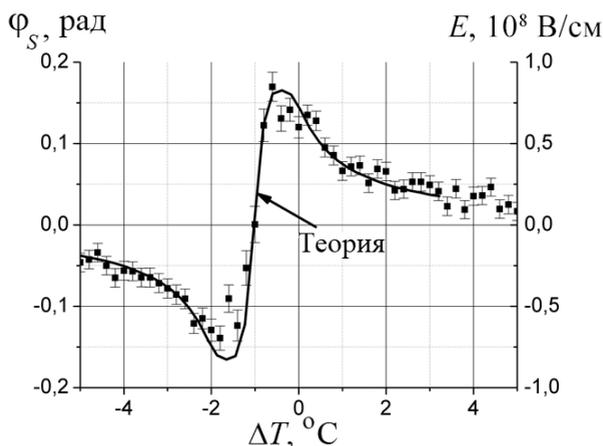


Рис. 4.16. Зависимость от разницы температур кристаллов угла поворота спина нейтрона в швингеровском поле при дифракции на плоскости  $(110)$  кристалла кварца длиной 14 см при угле дифракции, равном  $86^\circ$ . По правой оси ординат отложена величина электрического поля, действующего на нейтрон в кристалле

Сводка всех накопленных данных по измерению  $\Delta P_{YX}$  и  $\Delta P_{XY}$  для определения ЭДМ нейтрона представлена на рис. 4.17 [97].

Среднее значение угла поворота спина за счет ЭДМ составляет

$$\Phi_{\text{EDM}} = (0,9 \pm 2,3) \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Оно соответствует величине ЭДМ, см. (4.16),

$$d_n = (2,5 \pm 6,5) \cdot 10^{-24} e \cdot \text{см.}$$

Заметим, что результат Шалла и Натанса [48], полученный в 1967 г. в дифракционном эксперименте на поглощающем кристалле и рекордный для своего времени, был

$$d_n = (2,4 \pm 3,9) \cdot 10^{-22} e \cdot \text{см},$$

что почти на два порядка уступает вышеприведенному результату [97], полученному на прозрачном нецентросимметричном кристалле кварца в тестовом эксперименте всего за несколько дней накопления статистики.

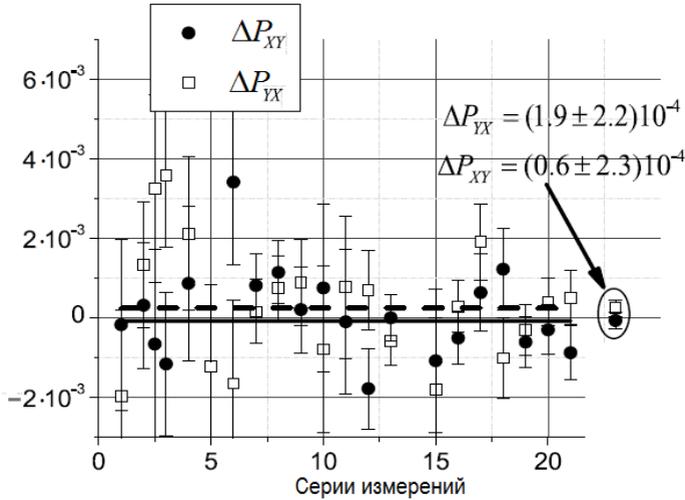


Рис. 4.17. Результаты различных серий измерений  $P_{XY}$  и  $P_{YX}$ , используемые для получения ограничений на ЭДМ нейтрона

Статистическая чувствительность описанного выше эксперимента составила  $1,6 \cdot 10^{-23} e \cdot \text{см/сут}$ , что почти на два порядка уступает чувствительности метода УХН поиска ЭДМ нейтрона. Однако в [95] мы показали, что чувствительность может быть улучшена в 65 раз, примерно до  $2,5 \cdot 10^{-25} e \cdot \text{см/сут}$ , в основном за счет увеличения светосилы установки, размеров пучка нейтронов и толщины кристалла. Эта улучшенная чувствительность уже сопоставима с чувствительностью метода УХН в современных измерениях ЭДМ нейтрона и допускает получение статистической ошибки на уровне  $10^{-26} e \cdot \text{см}$  за 100 дней накопления статистики. Дальнейшее улучшение может быть возможно за счет использования других кристаллов с более высокими межплоскостными электрическими полями (см. выше табл. 1.2).

## **Часть 5. ДИФРАКЦИЯ ПО ЛАУЭ ПРИ УГЛАХ БРЭГГА, БЛИЗКИХ К ПРЯМОМУ. ВОЗМОЖНОСТЬ ПРОВЕРКИ СЛАБОГО ПРИНЦИПА ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ДЛЯ НЕЙТРОНА**

### **ВВЕДЕНИЕ**

Как известно, слабый принцип эквивалентности заключается в равенстве или эквивалентности инертной и гравитационной масс любых объектов (это означает, что все тела в гравитационном поле падают одинаково) и является краеугольным камнем общей теории относительности Эйнштейна. Для макроскопических объектов этот принцип проверен с фантастической точностью, см., например, [102–104]. Первые опыты были выполнены еще в конце XIX – начале XX века венгерским физиком бароном Лорандом фон Этвёшем [105]. Они показали (1908), что равенство отношения гравитационной и инертной масс для разных тел выполняется с точностью до  $5 \cdot 10^{-9}$ . Только более чем через полвека этот результат был улучшен до величин  $\sim 10^{-11}$  [102] и  $10^{-12}$  [103, 104]. Последние данные по относительной разности ускорений  $a_1$  бериллиевого и  $a_2$  титанового тел в гравитационном поле получены в работах [106, 107] и дают  $\Delta a/a = \Delta(m_G/m_i) = (1,0 \pm 1,4) \cdot 10^{-13}$ . Точность этих данных достаточно высока, для того чтобы подтвердить, что сильные, слабые и электромагнитные взаимодействия дают одинаковый вклад в гравитационную и инертную массы лабораторных тел (см. обзор [108]).

Однако для самих элементарных частиц, во взаимодействиях которых, в принципе, могли бы проявиться какие-то другие, неизвестные нам взаимодействия, нарушающие принцип эквивалентности, равенство инертной и гравитационной масс проверено со сравнительно небольшой точностью, что связано со слабостью гравитационного взаимодействия по сравнению с электромагнитными и сильными взаимодействиями, доминирующими на межатомных расстояниях.

Ниже мы обсудим возможность использования для изучения гравитационных свойств нейтрона новых явлений в динамической дифракции нейтронов в совершенных кристаллах, которые могут открыть дальнейшие перспективы улучшения точности в подобного рода экспериментах.

При дифракции по Лауэ хорошо известен эффект дифракционного усиления, который состоит в значительном отклонении направления распро-

странения излучения внутри кристалла при небольшом изменении направления падающего излучения. Изменение направления падающего пучка в пределах брэгговской ширины (несколько угловых секунд) приводит к изменению направления дифракционного пучка на удвоенный брэгговский угол  $2\theta_B$  (несколько десятков градусов), то есть на величину, в  $10^5$  раз большую. Именно поэтому дифракционные явления широко используются для изучения фундаментальных свойств и взаимодействий нейтрона. Это и обобщавшиеся в предыдущих частях новые методы поиска ЭДМ нейтрона, а также поиск гипотетических сил, нарушающих *CP*-инвариантность [109–112], изучение взаимодействия нейтронов с гравитационными и магнитными полями [43, 113–117], а также эффектов ускорения нейтронов в переменных магнитных полях [118, 119] и в ускоряющемся кристалле [120]. Исследования швингеровского (спин-орбитального) взаимодействия нейтронов с межплоскостными электрическими полями в centrosymmetric кристаллах [47, 121] и неcentrosymmetric кристаллах [44–46, 50, 52, 85, 88, 89] позволили применить его для управления поляризацией нейтронов при дифракции по Лауэ в идеальном, слегка деформированном кристалле с контролируемой деформацией с использованием небольшого градиента температуры [122].

Эффект дифракционного усиления для нейтронов, движущихся в неоднородном магнитном поле, был экспериментально измерен в работе [114]. В ней наблюдался эффект пространственного расщепления неполяризованного нейтронного пучка на два (также неполяризованных) под действием градиента магнитного поля.

В работах [116, 117] был наблюден усиленный на семь порядков эффект Штерна – Герлаха (то есть расщепление неполяризованного пучка на два поляризованных с противоположными поляризациями) при дифракции нейтронов по Лауэ в кристалле, помещенном в неоднородное магнитное поле с небольшим градиентом, порядка нескольких Гс/см. В них было использовано дополнительное усиление самого эффекта расщепления при больших углах Брэгга, а также ярко выраженный при таких углах эффект Бормана.

Заметим, что наличие дифракционного усиления приводит также, в частности, к существенному влиянию деформации на распространение в кристаллах рентгеновских лучей [123, 124] и нейтронов [43, 125]. Так, в работе [43] было впервые экспериментально обнаружено влияние гравитации на нейтрон, дифрагирующий по Лауэ в упруго изогнутом кристалле: при одной ориентации кристалла падение нейтрона в гравитационном поле частично компенсировалось изгибом кристаллографических плоскостей кристалла, при другой ориентации эффекты от гравитации и изгиба плоскостей складывались, в результате переворот кристалла приводил к изменению контраста маятниковой картины. В работе [126] дифракцию нейтронов пред-

лагалось использовать для поиска электрического заряда нейтрона. В работах [127–128] исследовалось гравитационное взаимодействие нейтрона с использованием нейтронных интерферометров на совершенных кристаллах, в [129] изучение его гравитационных свойств проводилось при помощи дифракционных решеток. В работах [130, 131] изучалось дифракционное усиление воздействия малых сил и деформаций кристалла на дифрагирующий нейтрон при углах Брэгга, близких к прямому, и обсуждались открывающиеся перспективы использования таких углов для улучшения ограничений на электрический заряд нейтрона и на отличие его инертной массы от гравитационной.

Мы далее более подробно остановимся на этих новых возможностях изучения электронейтральности нейтрона и его гравитационных свойств, которые открываются в связи с упомянутым выше добавочным усилением, возникающим за счет эффекта существенного замедления нейтрона в кристалле при дифракции по Лауэ при углах Брэгга  $\theta_B$ , близких к  $\pi/2$ .

Как уже отмечалось, время пребывания нейтрона в кристалле растет с увеличением угла дифракции как  $\text{tg } \theta_B$  и может быть увеличено как минимум на порядок при углах Брэгга  $\theta_B \sim 84\text{--}86^\circ$ . Такое явление должно приводить к усилению эффектов, обусловленных влиянием внешней силы, действующей на дифрагирующий нейтрон, поскольку увеличивается время воздействия этой силы. Таким образом, при больших углах дифракции кроме известного дифракционного усиления имеется дополнительный фактор, обусловленный увеличением времени пребывания нейтрона в кристалле.

Действие внешней силы на движущийся нейтрон приводит к изменению его направления движения и/или длины волны. Для дифрагирующего в кристалле нейтрона это эквивалентно изгибу кристаллографической плоскости и/или изменению межплоскостного расстояния, то есть некоторой деформации кристалла, см. [43, 75].

Далее мы детально рассмотрим влияние малых упругих деформаций кристалла, а также и малых сил на дифракцию нейтрона [130, 131].

## 5.1. Траектории Като нейтрона в кристалле. Уравнение Като

Итак, опять будем рассматривать случай симметричной дифракции нейтронов по Лауэ в непоглощающем совершенном кристалле на системе кристаллографических плоскостей, описываемой вектором обратной решетки  $\mathbf{g}$  ( $g = 2\pi/d$ ), где  $d$  – межплоскостное расстояние, см. рис. 5.1.

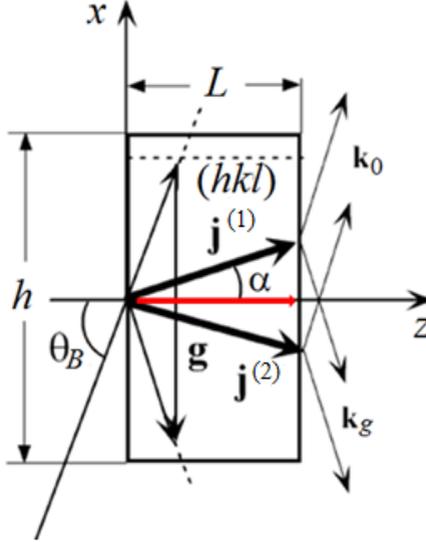


Рис. 5.1. Симметричный случай дифракции по Лауэ в ограниченном совершенном недеформированном кристалле:  $\mathbf{j}^{(1)}$  и  $\mathbf{j}^{(2)}$  – плотности тока нейтронов, определяющие направления траекторий Като для двух типов блоховских волн. Красной стрелкой указано направление плотностей тока нейтронов при точном выполнении условия Брэгга. В этом случае нейтроны распространяются вдоль кристаллографических плоскостей (ось  $z$ ) для обеих ветвей

В случае отсутствия внешних сил, действующих на нейтрон, и деформации кристалла волновая функция нейтрона в кристалле представляет собой суперпозицию двух блоховских волн,  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$ , соответствующих различным ветвям дисперсионной поверхности нейтрона в кристалле. Будем для простоты рассматривать случай дифракции при больших углах Брэгга и малых отклонениях от точного условия Брэгга (то есть  $w_g \ll 1$ ). Тогда плотности токов нейтронов в состояниях (1) и (2) определяются выражением (2.17)

$$\mathbf{j}^{(1,2)} \approx \frac{\hbar}{m} \left[ \mathbf{k}_{\parallel}^{(1,2)} \mp \frac{\mathbf{g}}{2} w_g \right], \quad (5.1)$$

где мы определили параметры отклонения от условия Брэгга  $w_g$  и  $\Delta_g$  как

$$w_g = \frac{\Delta_g}{U_g}, \quad \Delta_g = \frac{k^2 - |\mathbf{k} + \mathbf{g}|^2}{2} = -\left(\mathbf{k} + \frac{\mathbf{g}}{2}\right) \mathbf{g} \equiv (\mathbf{k}_B - \mathbf{k}) \mathbf{g} = k_B^2 (\theta - \theta_B) \sin 2\theta_B,$$

а брэгговский волновой вектор  $\mathbf{k}_B$  удовлетворяет условию Брэгга  $\mathbf{k}_B \mathbf{g} = -\mathbf{g}^2/2$  или  $\mathbf{k}_{B\perp} = -\mathbf{g}/2$ .

Угол  $\alpha$  наклона траектории Като к оси  $z$  из (5.1) определится как

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dx}{dz} = \mp \frac{g}{2k_{\parallel}^{(1,2)}} w_g \approx \mp \operatorname{tg} \theta_B w_g = \mp w_g c_0, \quad (5.2)$$

где, как и ранее,  $c_0 = \operatorname{tg} \theta_B$ .

Наличие деформации кристалла означает, что величина и/или направление вектора обратной решетки  $\mathbf{g}$  зависят от пространственных координат  $x$  и  $z$ , рис. 5.1. В этом случае величина параметра отклонения от условия Брэгга при распространении нейтрона в кристалле будет изменяться от точки к точке, то есть траектория Като будет искривляться. То же самое произойдет, если на нейтрон будет действовать внешняя сила, например сила гравитации.

В случае, когда взаимная ориентация плоскости и волнового вектора нейтрона и межплоскостное расстояние (или длина волны нейтрона) изменяются на расстоянии экстинкционной длины меньше, чем соответствующая брэгговская ширина, то распространение волн разного типа происходит независимо (они не перемешиваются). При этом плавно изменяется параметр отклонения от условия Брэгга, то есть плотности токов вероятности для нейтронных волн (1) и (2) будут плавно менять свое направление в противоположные стороны (траектории Като также будут искривляться в противоположных направлениях). Для описания влияния такой деформации или внешней силы на процесс дифракции в двухволновом приближении Като [75] развил эйкональную теорию, где он ввел некоторую эффективную силу  $f_K$ , под действием которой происходит изменение направления плотности тока нейтронов в кристалле (то есть искривляется траектория Като). Мы будем называть ее «сила Като». Эта сила направлена вдоль вектора обратной решетки  $\mathbf{g}$ , а ее величина определяется малой деформацией кристалла  $\Delta \mathbf{g}$  или внешней силой.

Действительно, из (5.2) следует, что изменение наклона кривой  $x(z)$ , описывающей траекторию Като, определяется выражением

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \mp \operatorname{tg} \theta_B \frac{dw_g}{dz} = \mp \frac{c_0}{v_{\parallel}} \frac{dw_g}{dt}. \quad (5.3)$$

Нетрудно видеть, что

$$\frac{dw_g}{v_{\parallel} dt} = \mp \left( \frac{\partial w_g}{v_{\parallel} \partial x} v_{\perp} + \frac{\partial w_g}{v_{\parallel} \partial z} v_{\parallel} \right) = \mp c_0 \left( \frac{\partial w_g}{\partial x} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial w_g}{\partial z} \right). \quad (5.4)$$

Вводя силу Като по формуле

$$f_K(x, z) = m_0 c_0 \left( \frac{\partial w_g}{\partial x} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial w_g}{\partial z} \right), \quad (5.5)$$

где  $m_0 = U_g/g$  – масса Като, выражение (5.3) можно переписать в виде, аналогичном классическому выражению, описывающему траекторию частицы под действием приложенной силы:

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \mp \frac{c_0}{v_{\parallel}} \frac{dw_g}{dt} = \mp \frac{c_0}{m_0} f_K(x, z). \quad (5.6)$$

Это и есть известное уравнение Като. Знаки « $\pm$ » относятся к разным типам волн, относящихся к двум ветвям дисперсионной поверхности нейтрона в кристалле. Таким образом, под действием внешней силы (или деформации кристалла) траектории нейтрона в кристалле изгибаются в противоположные стороны, то есть можно сказать, что нейтрон в разных состояниях имеет эффективные массы противоположного знака [114].

Заметим, что в ряде работ (см., например, [43, 65, 117, 122, 130]) использовался безразмерный параметр отклонения от условия Брэгга  $\alpha_g$ , введенный в монографии [65], посвященной динамической дифракции рентгеновских лучей, который имеет вид

$$\alpha_g(x, z) = \frac{2k_0 g + g^2}{k_0^2} = -\frac{2\Delta_g}{k_0^2} = -\frac{2U_g w_g}{k_0^2} = -\frac{4m_0 \sin \theta_B}{k_0} w_g, \quad (5.7)$$

так что

$$w_g = -\frac{k_0}{4m_0 \sin \theta_B} \alpha_g(x, z). \quad (5.8)$$

Соответственно, сила Като через этот параметр выражается следующим образом:

$$f_K(x, z) = \frac{k_0}{4 \cos \theta_B} \left( \frac{\partial \alpha_g}{\partial x} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial \alpha_g}{\partial z} \right). \quad (5.9)$$

## 5.2. Действие внешней силы на нейтрон в кристалле

Для примера найдем уравнение траекторий Като (которые, как мы говорили, описывают распространение волновых пакетов в кристалле) для постоянной внешней силы  $\mathbf{F}$ , действующей на нейтрон в совершенном недеформированном кристалле. К изменению параметра отклонения  $w_g$  приводит только компонента силы  $\mathbf{F}$  вдоль вектора  $\mathbf{g}$  (ось  $x$ ), компоненты силы, параллельные кристаллографическим плоскостям (вдоль осей  $y$  и  $z$ ) его не изменяют. В этом случае

$$\frac{dw_g}{dt} = -\frac{d(2\mathbf{kg} + g^2)}{dt} = -\frac{gdk_x}{U_g dt} = -\frac{2m_n v_{\perp}}{\hbar^2 U_g} F_x, \quad (5.10)$$

где

$$v_{\perp} \equiv \frac{\hbar g}{2m_n} (v_{\perp} \approx v_{x0}, v_{\parallel} = v_z), \quad \frac{dk_x}{dt} \equiv \frac{m_n}{\hbar} \frac{dv_x}{dt} = \frac{F_x}{\hbar},$$

$m_n$  – масса нейтрона.

Искривление траекторий Като (изменение их наклона) под действием такой силы определяется уравнением (см. (5.6))

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \mp \frac{c_0}{v_{\parallel}} \frac{dw_g}{dt} = \pm \frac{c_0}{v_{\parallel}} \frac{2m_n v_{\perp}}{\hbar^2 U_g} F_x = \pm c_0^2 \frac{2m_n}{\hbar^2 U_g} F_x = \pm c_0^2 \frac{F_x}{V_g}. \quad (5.11)$$

Здесь использованы  $v_{\perp}/v_{\parallel} = \operatorname{tg} \theta_B = c_0$  и  $V_g = \hbar^2 U_g / 2m_n$ .

Сравнивая (5.11) с (5.6), для силы Като имеем:

$$f_K = -m_0 c_0 \frac{2m_n}{\hbar^2 U_g} F_x = -m_0 c_0 \frac{F_x}{V_g}. \quad (5.12)$$

Уравнение (5.11) можно тождественно переписать как

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \pm c_0^2 \frac{2E_n}{V_g} \frac{F_{\perp}}{2E_n} \approx \pm \frac{\pi c_0^2}{m_0 d} \frac{F_{\perp}}{2E_n}, \quad (5.13)$$

где  $F_{\perp} \equiv F_x$ ,  $E_n$  – энергия нейтрона (здесь использовано, что при больших углах Брэгга  $E_n \approx \hbar^2 g^2 / 8m$ ).

А теперь сравним это уравнение с классическим уравнением траектории движения нейтрона в пустоте под действием внешней силы, направленной перпендикулярно его скорости. Оно определяется уравнением Ньютона:

$$m_n v^2 \frac{d^2 x}{dz^2} = F_{\perp} \Rightarrow \frac{d^2 x}{dz^2} = \frac{F_{\perp}}{2E_n}. \quad (5.14)$$

Из сравнения (5.13) и (5.14) видим, что действие силы на дифрагирующий в кристалле нейтрон увеличивается многократно по сравнению с «пустым» пространством, причем коэффициент такого дифракционного усиления  $K_D$  есть

$$K_D = \frac{2c_0^2 E_n}{V_g} = \frac{\pi c_0^2}{m_0 d}. \quad (5.15)$$

Он определяется, во-первых, отношением энергии дифрагирующего холодного нейтрона, которая имеет порядок  $10^{-3}$  эВ к малой величине ( $\sim 10^{-7}$  эВ) амплитуды гармоники периодического потенциала кристалла, и, во-вторых, большой величиной  $\text{tg } \theta_B$  при углах дифракции, близких к прямому. Например, для системы плоскостей (220) кристалла кремния с межплоскостным расстоянием  $d = 1,92 \text{ \AA}$ , которая часто используется в дифракционных экспериментах с нейтронами (для нее  $E_n = 5,5 \cdot 10^{-3}$  эВ,  $V_g = 5,2 \cdot 10^{-8}$  эВ, что соответствует  $m_0 = 774,4 \text{ см}^{-1}$ ), значение дифракционного коэффициента усиления составляет:

$$K_{D(\text{Si})}^{220} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ tg}^2 \theta_B. \quad (5.16)$$

Уже при угле Брэгга  $\theta_B \sim 82^\circ$  ( $c_0 = 7,1$ ) величина  $K_D \sim 1,1 \cdot 10^7$ . Для плоскостей (110) кристалла кварца ( $m_0 = 675 \text{ см}^{-1}$ ,  $d = 2,45 \text{ \AA}$ , см. табл. 2.1) оценка величины  $K_D$  дает следующий результат:

$$K_{D(\text{SiO}_2)}^{110} = \frac{\pi c_0^2}{m_0 d} = 1,9 \cdot 10^5 \text{ tg}^2 \theta_B. \quad (5.17)$$

Для угла Брэгга  $\theta_B = 87^\circ$  ( $c_0 = 19,1$ ) получаем  $K_D \sim 7 \cdot 10^7$ . Таким образом, нейтрон, чтобы сместиться на ту же величину, что в кристалле (скажем, толщиной 10 см), должен в пустоте пройти под действием той же силы расстояние около 1 км!!!

Как мы уже упоминали, такое усиление действия внешней силы на нейтрон в кристалле можно интерпретировать как резкое уменьшение «эффективной массы» нейтрона (см. [114]) в условиях дифракции, причем эта масса имеет разные знаки для разных типов волн, отвечающих разным ветвям дисперсионной поверхности нейтрона в кристалле, поскольку для них соответствующие траектории Като под действием одной и той же силы искривляются в противоположные стороны. То есть пучок нейтронов в кристалле расщепляется на два пучка, выходящих из кристалла в разных точках

его выходной грани. Расстояние между этими точками определяется внешней силой и временем пребывания нейтрона в кристалле, то есть его толщиной и углом Брэгга.

Нужно отметить, что коэффициент усиления, связанный только с большой величиной отношения угла Брэгга к брэгговской ширине (или энергии нейтрона  $E_n$  к амплитуде гармоники потенциала  $V_g$ ) при  $\text{tg } \theta_B \sim 1$ , хорошо известен, и именно он и связывался ранее [114] с уменьшением эффективной массы дифрагирующего нейтрона. Как мы видели, даже он может превышать величину  $10^5$ .

В работах [41, 42] было впервые обращено внимание на то, что существует дополнительный фактор усиления эффектов при движении нейтрона во внешних или внутрикристаллических полях, связанный с существенным замедлением [54, 87] нейтрона при больших углах дифракции. Увеличение времени пребывания нейтрона внутри кристалла очень важно, например, в дифракционных экспериментах по поиску ЭДМ нейтрона или его  $CP$ -нарушающих взаимодействий. В экспериментах по изучению внешних малых воздействий (например, гравитационных или электрических сил) на дифрагирующий нейтрон этот фактор, как мы видели выше, равен  $\text{tg}^2 \theta_B$  и может добавить несколько порядков по величине в совокупный коэффициент усиления. В этом случае полный фактор дифракционного усиления может достигать величины  $\sim 10^9$ .

### 5.3. Влияние деформации кристалла на нейтрон

Деформацию кристалла можно описать малым изменением  $\Delta \mathbf{g}(x, z)$  вектора обратной решетки, зависящей от координат в кристалле:

$$\mathbf{g}(x, z) = \mathbf{g}_0 + \Delta \mathbf{g}(x, z),$$

тогда величина параметра отклонения от условия Брэгга  $w_g$  будет равна

$$w_g(x, z) = - \left[ \frac{(2\mathbf{k}\mathbf{g}_0 + g_0^2 + 2\mathbf{k}\Delta \mathbf{g} + 2\mathbf{g}\Delta \mathbf{g})}{2U_g} \right] = w_{g0} - \frac{\mathbf{k}_g \Delta \mathbf{g}}{U_g}. \quad (5.18)$$

Уравнение траектории, если отсутствует внешняя сила, приводящая к изменению  $\mathbf{k}$ , запишется как

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \mp \frac{c_0}{v_{\parallel}} \frac{dw_g}{dt} = \pm \frac{c_0}{U_g v_{\parallel}} \left( \frac{k_{gx} d\Delta g_x}{dt} + \frac{k_{gz} d\Delta g_z}{dt} \right). \quad (5.19)$$

Заметим, что при углах Брэгга, близких к прямому, вектор  $\mathbf{k}_g$  практически параллелен вектору обратной решетки, то есть изменение направления  $\mathbf{g}$

практически не приводит к изменению параметра отклонения (при изменении направления  $\mathbf{g}$  вектор  $\Delta\mathbf{g}$  почти перпендикулярен  $\mathbf{k}_g$ , косинус угла между ними отличается от единицы на величину, пропорциональную квадрату угла отклонения  $(\Delta g/g)^2$ ). Таким образом, в этом случае вторым слагаемым в выражении (5.19) можно пренебречь, и в результате имеем:

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \pm \frac{c_0 g_0}{2U_g v_{\parallel}} \left( \frac{\partial \Delta g_x}{\partial x} v_{\perp} + \frac{\partial \Delta g_x}{\partial z} v_{\parallel} \right) \approx \pm \frac{c_0^2}{2m_0} \left( \frac{\partial \Delta g_x}{\partial x} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial \Delta g_x}{\partial z} v_{\parallel} \right). \quad (5.20)$$

Здесь мы учли, что  $k_{gx} \approx g_0/2$ .

Рассмотрим случай, когда вектор  $\mathbf{g}$  не изменяет своего направления (вдоль оси  $x$ ), а межплоскостное расстояние линейно зависит от  $x$ , по закону

$$d = d_0 + \Delta d = d_0 (1 + \zeta x), \quad \Delta d = d_0 \zeta x. \quad (5.21)$$

Здесь  $\zeta$  – параметр деформации, характеризующий градиент межплоскостного расстояния в направлении вектора  $\mathbf{g}$ . Такая ситуация имеет место, если, например, в кристалле есть градиент температуры в направлении  $x$  или кристалл деформируется в поле тяжести под действием своего веса.

Тогда, поскольку  $g = 2\pi/d$ , имеем:

$$\Delta g = -\frac{2\pi}{d_0^2} \Delta d = -\frac{2\pi}{d_0} \zeta x = -g_0 \zeta x \quad (5.22)$$

и

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \mp \frac{c_0^2 g_0 \zeta}{2m_0} = \frac{\pi c_0^2 \zeta}{m_0 d_0} \equiv \mp \frac{c_0}{m_0} f_K. \quad (5.23)$$

Сила Като в этом случае равна (см. [43])

$$f_K = \frac{1}{2} c_0 g_0 \zeta = \frac{\pi c_0}{d_0} \zeta. \quad (5.24)$$

Мы опять получили, что правая часть уравнения (5.23) пропорциональна квадрату тангенса угла дифракции  $\text{tg}^2 \theta_B$ , поэтому для углов Брэгга  $\theta_B \approx (84-88)^\circ$  влияние деформации будет усилено приблизительно в 100–1 000 раз по сравнению с углами  $\theta_B \approx 45^\circ$ .

Как мы отмечали, сила Като возникает за счет пространственной зависимости параметра отклонения от условия Брэгга. Поэтому действие на нейтрон силы в направлении вектора обратной решетки  $\mathbf{g}$  будет эквивалентно некоторой деформации кристалла, но уже за счет зависимости не вектора обратной решетки, а волнового вектора нейтрона от пространственных координат  $x$  и  $z$ . Впервые влияние внешних сил на дифрагирующий нейтрон было рассмотрено в работе [113].

Сравнивая выражения (5.13) и (5.23), нетрудно видеть, что внешняя сила  $F_{\text{ext}}$ , действующая на нейтрон вдоль вектора обратной решетки  $\mathbf{g}$  (оси  $x$ , см. рис. 5.1), эквивалентна градиенту межплоскостного расстояния в этом же направлении с величиной параметра деформации, равной

$$\zeta_F = -\frac{F_{\text{ext}}}{2E_n}. \quad (5.25)$$

#### 5.4. Дифракционное усиление. Эксперимент

Эксперимент был проведен на реакторе ВВР-М. Исследовалась дифракция нейтронов на плоскости  $(110)$ ,  $d = 2,45 \text{ \AA}$ , кристалла кварца с размерами  $14 \times 14 \times 3,5 \text{ см}^3$  при двух его ориентациях, отвечающих  $h = 14 \text{ см}$ ,  $L = 3,5 \text{ см}$  и  $h = 14 \text{ см}$ ,  $L = 14 \text{ см}$  (см. рис. 5.1). Размеры падающего на кристалл пучка нейтронов были равны  $\sim 50 \times 10 \text{ мм}^2$ , его угловая расходимость  $\sim 0,4^\circ$ . Измерения проводились на прямом продифрагировавшем пучке. Схема эксперимента представлена на рис. 5.2. Деформация кристалла осуществлялась путем создания в нем градиента температуры вдоль оси  $x$ , параллельной вектору обратной решетки  $\mathbf{g}$  системы плоскостей  $(110)$ .

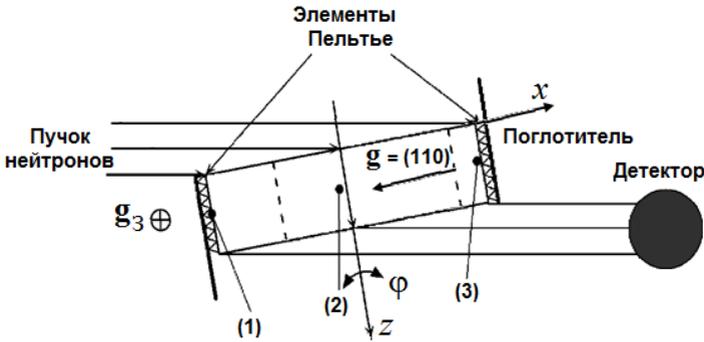


Рис. 5.2. Схема эксперимента: 1–3 – положения датчиков температуры,  $\mathbf{g}_3$  – вектор ускорения свободного падения на поверхности Земли

Коэффициент теплового расширения монокристаллического кварца в этом направлении равен  $\chi_{(110)}^{\text{SiO}_2} = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ . Если разница температур в точках (1) и (3) равна  $\Delta T$ , см. рис. 5.2, то параметр деформации, связанный с температурным градиентом, будет равен

$$\zeta_T = \chi_{(110)}^{\text{SiO}_2} \frac{\Delta T}{h} = 0,93 \cdot 10^{-6} \Delta T \text{ см}^{-1}, \quad (5.26)$$

где  $h = 14$  см – высота кристалла, см. рис. 5.1.

Для регулирования температуры использовались элементы Пельтье.

На рисунке 5.3. показаны результаты расчета траекторий Като, имеющих форму парабол, которые определяются уравнением (5.20). Расчеты были проведены для угла дифракции, равного  $84^\circ$ , и параметра деформации  $\zeta = 6 \cdot 10^{-8} \text{ см}^{-1}$ , который соответствует  $\Delta T = 0,07$  К. Ориентация кристалла, как на рис. 5.2, при этом  $L = 3,5$  см,  $h = 14$  см. Увеличение деформации кристалла должно приводить к уменьшению интенсивности продифрагировавшего пучка нейтронов за счет сильного искривления траекторий Като нейтронов внутри кристалла и их поглощения на торцах кристалла установленными поглотителями.

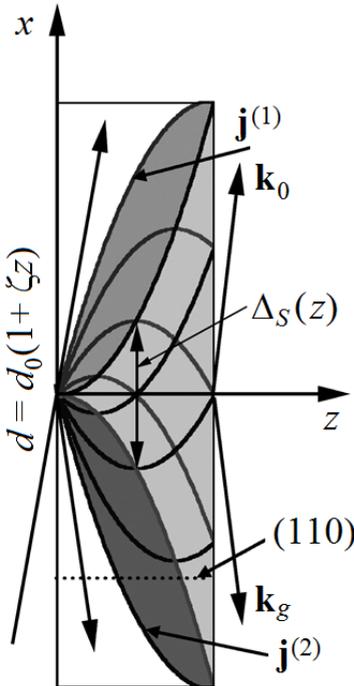


Рис. 5.3. Пример траекторий нейтрона в кристалле с параметром деформации  $\zeta = 6 \cdot 10^{-8} \text{ см}^{-1}$  при угле Брэгга  $\theta_B = 84^\circ$ . Ориентация кристалла:  $L = 3,5$  см по оси  $z$  и  $h = 14$  см по оси  $x$

Каждая пара траекторий, симметрично расположенных относительно оси  $z$ , соответствует определенному направлению падающих нейтронов (то есть определенной величине параметра отклонения от условия Брэгга). Разные пары относятся к слегка отличающимся направлениям, которые лежат в угловых пределах внутри брэгговской ширины.

Такое расхождение траекторий, отвечающих разным ветвям дисперсионной поверхности, при заданном параметре отклонения от условия Брэгга (задающем начальный наклон траекторий под углами  $\pm\alpha_0$  к оси  $z$ , см. рис. 5.1), с учетом действия деформации или эквивалентной внешней силы определяется из уравнения (5.13) или (5.23):

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \pm \frac{\pi c_0^2}{2m_0 d} \frac{F_{\text{ext}}}{2E_n}. \quad (5.27)$$

Его решение есть:

$$x = x_0 \pm z \operatorname{tg} \alpha_0 \pm \frac{\pi c_0^2}{m_0 d} \frac{F_{\text{ext}}}{4E_n} z^2. \quad (5.28)$$

Так что расщепление на задней грани кристалла по оси  $x$  будет равно

$$\Delta_s(L) = 2L \operatorname{tg} \alpha_0 + \frac{\pi c_0^2}{m_0 d} \frac{F_{\text{ext}} L^2}{2E_n} = 2L \operatorname{tg} \alpha_0 + \frac{\pi c_0^2}{m_0 d} \zeta_F L^2. \quad (5.29)$$

Из рисунка 5.3 можно видеть, что даже такая незначительная, указанная на нем, деформация приводит к пространственному расщеплению на выходе из кристалла совпадающих по направлению в его начале траекторий двух типов блоховских волн (как, например, при точном выполнении условия Брэгга) на расстояние  $\Delta_s(L)$  в несколько сантиметров. При достаточно большой величине параметра деформации, когда это расхождение достигнет высоты кристалла  $h$ , нейтроны уже не смогут пройти через выходную грань кристалла (и, соответственно, попасть на детектор). Нейтроны будут вылетать через торцы кристалла и поглощаться поглотителями.

Пример зависимости интенсивности от величины параметра деформации  $\zeta$  показан на рис. 5.4.

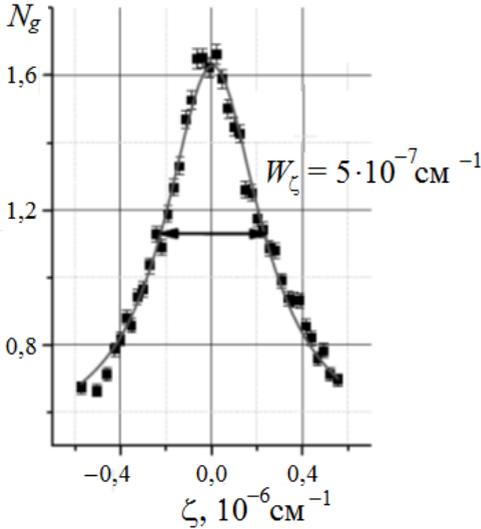


Рис. 5.4. Экспериментальная зависимость интенсивности дифракционного пучка от параметра деформации  $\zeta$ . Угол Брэгга равен  $76^\circ$ , ориентация кристалла такова, что  $L = 14$  см и  $h = 14$  см

Полуширина  $W_\zeta$  линии, изображенной на этом рисунке, равна  $5 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1}$ . Используя связь (5.22), можно эту ширину выразить в единицах внешней силы  $F_{\text{ext}}$ . В результате получим

$$W_F = 3 \cdot 10^{-9} \text{ ЭВ/см},$$

что всего в несколько раз больше силы тяжести  $m_n g_z$ , действующей на нейтрон в гравитационном поле Земли ( $10^{-9}$  ЭВ/см).

Теоретическую зависимость  $W_\zeta$  от  $\text{tg } \theta_B$  можно получить из уравнения для траектории нейтрона (5.23). На рисунке 5.5 изображены две наиболее изогнутые траектории Като, соответствующие максимальным деформациям кристалла  $\zeta = \zeta_\pm^m$ , при которых нейтроны еще попадают на выходную поверхность кристалла и, соответственно, на детектор. Их уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} x_1(z) &= x_{01} + z \text{tg } \alpha_{01} - \frac{\pi c_0^2}{2m_0 d} \zeta_+^m z^2 = -\frac{h}{2} + \frac{4h}{L} z - \frac{4h}{L^2} z^2, \\ x_2(z) &= x_{02} + z \text{tg } \alpha_{02} - \frac{\pi c_0^2}{2m_0 d} \zeta_-^m z^2 = \frac{h}{2} - \frac{4h}{L} z + \frac{4h}{L^2} z^2. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Максимальная интенсивность на детекторе достигается при  $\zeta = 0$  и обращается в нуль при  $\zeta = \zeta_\pm^m$ . Таким образом, из (5.30) следует:

$$W_{\zeta} = |\zeta_{\pm}^m| = \frac{h}{L^2 c_0^2} \frac{8m_0 d}{\pi} = \frac{16m_0 h}{L^2 c_0^2 g_0}. \quad (5.31)$$

Учитывая, что к точно такому же результату приведет действие внешней силы  $F_{\text{ext}} = -2E_n \zeta$  (см. (5.25)), для полуширины линии  $W_F$  по внешней силе имеем:

$$W_F = 2E_n |\zeta_{\pm}^m| = \frac{16E_n m_0 d}{\pi L^2 c_0^2} h. \quad (5.31')$$

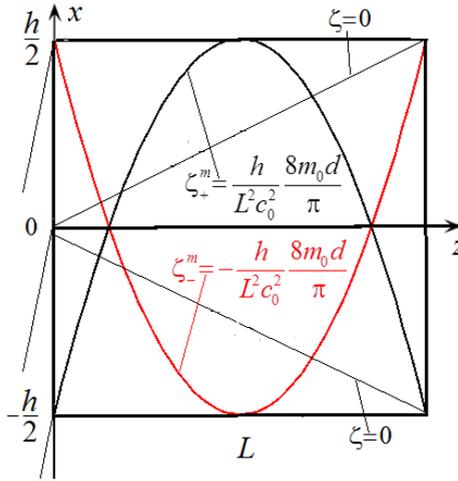


Рис. 5.5. Наиболее изогнутые траектории Като  $x_1(z)$  (черный цвет) и  $x_2(z)$  (красный цвет), соответствующие максимальным деформациям кристалла  $\zeta = \zeta_{\pm}^m$ , при которых нейтроны еще попадают на выходную грань кристалла (изображен случай  $L = h$ )

Зависимость ширины линии  $W_{\zeta}$  от тангенса угла дифракции,  $\text{tg } \theta_B$ , для кристалла  $L = 3,5$  см и  $h = 14$  см показана на рис. 5.6.

*Сплошная кривая*, показанная на рис. 5.6, и есть рассчитанная зависимость. Видно хорошее согласие теории с экспериментальными значениями вплоть до  $c_0 = \text{tg } \theta_B = 10$  ( $\theta_B = 86^\circ$ ). Различие между теорией и экспериментом при  $\text{tg } \theta_B > 10$  вызвано, скорее всего, не учетом возможного отражения нейтронов от торцевых граней кристалла, см. рис. 5.3, так как после такого отражения нейтрон может попасть в детектор, что эффективно будет выглядеть как увеличение размера кристалла  $h$  вдоль оси  $x$ , рис. 5.3.

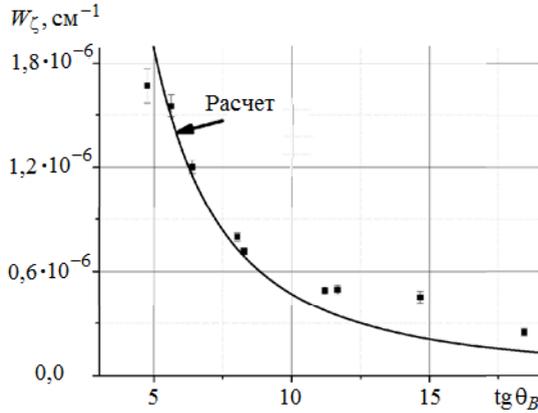


Рис. 5.6. Зависимость ширины линии  $W_{\zeta}$  от тангенса угла дифракции.  
Размер кристалла:  $L = 3,5$  см и  $h = 14$  см

В данном эксперименте имелась возможность поворачивать плоскость дифракции на небольшой угол  $\varphi$  относительно оси  $Z$ , что позволяло регулировать величину и знак проекции силы тяжести (веса нейтрона) в гравитационном поле Земли на вектор обратной решетки, см. рис. 5.2. Другими словами, можно было регулировать величину и знак внешней силы  $F_{\text{ext}}$ , действующей на дифрагирующий нейтрон:

$$F_{\text{ext}} = m_n g_3 \sin \varphi \approx m_n g_3 \varphi, \quad (5.32)$$

где  $m_n$  – гравитационная масса нейтрона,  $g_3$  – ускорение свободного падения на поверхности Земли.

Как следует из выражения (5.25), приложенная внешняя сила может быть скомпенсирована деформацией кристалла. Таким образом, мы должны наблюдать зависимость положения максимума линии, показанной на рис. 5.4, от угла  $\varphi$ . Экспериментально измеренная зависимость приведена на рис. 5.7. *Сплошная линия* есть результат подгонки экспериментальных значений. Чувствительность к внешней силе (см. верхнюю ось абсцисс) находится на уровне  $\sim 10^{-11}$  эВ/см, что составляет приблизительно процент от силы тяжести, действующей на нейтрон в гравитационном поле Земли.

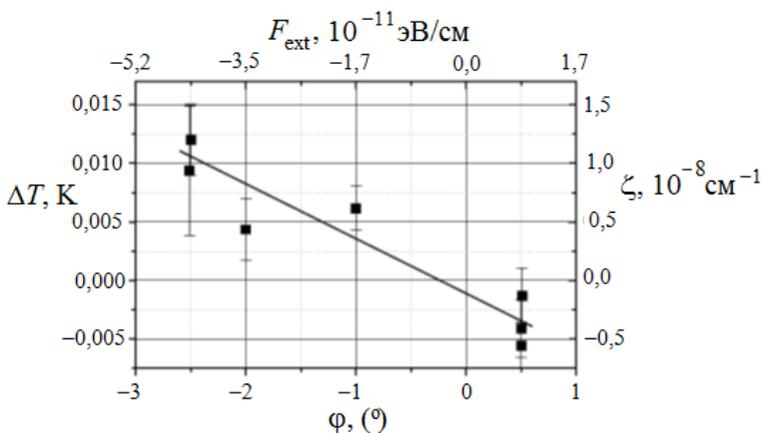


Рис. 5.7. Зависимость положения максимума линии (см. рис. 5.4) от угла наклона плоскости дифракции  $\varphi$ . Соответствующая величина  $F_{\text{ext}}$  отложена на верхней оси. Положения линии в единицах  $\Delta T$  и  $\zeta$  связаны уравнением (5.23)

### 5.5. Возможные применения эффекта дифракционного усиления

Рассмотрим возможные применения обнаруженных эффектов для измерения малых сил, действующих на нейтрон, с использованием двухкристальной установки. В двухкристальной схеме симметричной дифракции по Лауэ известен эффект дифракционной фокусировки [132, 133], который заключается в том, что половина интенсивности продифрагировавшего пучка фокусируется на выходной грани второго кристалла, см. рис. 5.8. На рисунке показаны траектории Като нейтронных волн двух типов в первом кристалле, возбуждаемых при падении на него через малую щель расходящегося пучка нейтронов, и вторичные траектории волн  $(i, j)$ , возбуждаемых продифрагировавшими на первом кристалле нейтронами  $(i = 1, 2$  и  $j = 1, 2)$ . Видно, что половина продифрагировавшего на первом кристалле пучка нейтронов после дифракции на втором кристалле собирается в малое пятно на выходной грани второго кристалла. Другими словами, на выходной поверхности второго кристалла возникает изображение щели, расположенной на входной грани первого кристалла. Собственное пространственное разрешение такой системы (ширина пятна на выходе при точечном источнике на входе) равно [132]

$$x_w = \frac{\xi_g \operatorname{tg} \theta_B}{2\pi} = \frac{1}{2m_0}, \quad (5.33)$$

где  $\xi_g = \pi / (m_0 \operatorname{tg} \theta_B)$  – длина экстинкции (см. (2.38)). Отметим, что  $x_w$  не зависит от угла дифракции. Расчеты показывают, что величина  $x_w$  лежит в интервале 10–50 мкм в зависимости от параметров кристаллографической плоскости.

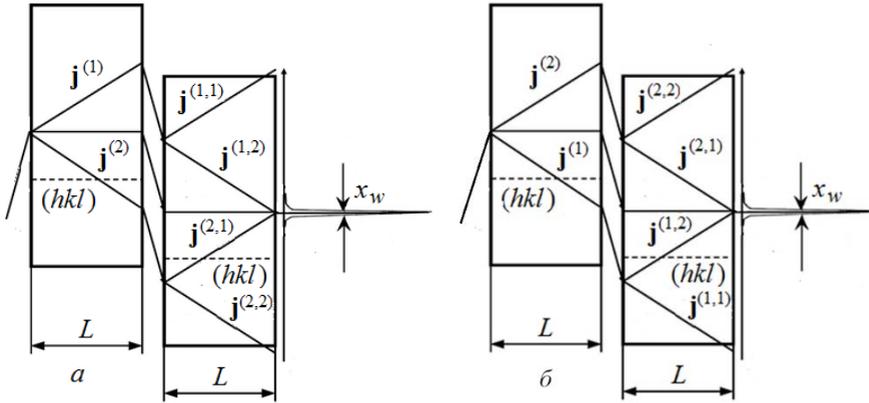


Рис. 5.8. Эффект двухкристальной фокусировки. Направления плотностей токов  $\mathbf{j}^{(i,j)}$  определяют траектории Като различных нейтронных волн, возбуждаемых в кристаллах:  $a$  – при некотором заданном параметре отклонения от условия Брэгга  $w_g = w_{g0}$ ;  $b$  – при противоположном значении параметра  $w_g = -w_{g0}$ . Во втором кристалле фокусируются волны (1, 2) и (2, 1)

На рис. 5.8а изображены прямолинейные траектории Като в кристаллах (в отсутствие деформаций кристалла и внешних сил, действующих на нейтрон), когда падающая нейтронная волна имеет заданный волновой вектор и, тем самым, заданный параметр отклонения от условия Брэгга  $w_g = w_{g0}$ . Для расходящегося пучка всегда имеется волна, для которой этот параметр имеет противоположный знак, то есть равен  $w_g = -w_{g0}$ . В этом случае все пары траекторий останутся прежними, но их номера изменятся, как показано на рис. 5.8б, см. формулу (5.2).

При наличии щелей на входной грани первого кристалла и выходной второго присутствие внешней силы приведет к изменению интенсивности прошедших через выходную щель нейтронов из-за расщепления и смещения всех траекторий с одинаковым начальным наклоном и, соответственно, положения фокуса (точка фокуса также расщепится на две). В результате изменится скорость счета детектора. Можно показать, что для достижения максимальной чувствительности необходимо приложить небольшую постоянную силу, чтобы сдвинуть положение фокуса на половину ширины выходной щели.

Как следует из (5.29), смещение положения фокуса при приложении внешней силы  $F_{\text{ext}}$  будет равно

$$\Delta_F = \frac{\pi c_0^2 L^2}{2m_0 E_n d} F_{\text{ext}}, \quad (5.34)$$

и возрастание величины  $F_{\text{ext}}$  приведет к изменению интенсивности, так же, как это было в случае однокристалльной схемы (рис. 5.2). Ширина линии  $W_F$ , как следует из (5.34), будет определяться размером щелей  $\delta_S$  на входе и выходе из кристалла:

$$W_F = \frac{2m_0 E_n d}{\pi c_0^2 L^2} \delta_S. \quad (5.35)$$

Проведенные оценки показывают, что для плоскостей (110) кварца и (220) кристалла кремния величина  $W_F$  может быть  $10^{-13}$  эВ/см при размере щелей  $\delta_S = 0,01$  см, так что чувствительность к изменению внешней силы для существующих потоков холодных нейтронов может достигать

$$\sigma(F_{\text{ext}}) \sim 5 \cdot 10^{-19} \text{ эВ/см} \quad (5.36)$$

за 100 дней накопления статистики (см. далее раздел 5.9).

Если поместить такую двухкристалльную установку в электрическое поле  $\mathbf{E}_{\text{ext}}$ , то наличие у нейтрона электрического заряда  $q_n$  приведет к возникновению силы, действующей на нейтрон:  $\mathbf{F}_{\text{ext}} = \mathbf{E}_{\text{ext}} q_n$ .

При величине электрического поля в  $E_{\text{ext}} = 50$  кВ/см статистическая чувствительность установки к  $q_n$  за 100 дней накопления статистики будет составлять

$$\sigma(q_n) \sim \sigma(F_{\text{ext}})/E_{\text{ext}} \approx 10^{-23} e, \quad (5.37)$$

где  $e$  – заряд электрона, что примерно на два порядка ниже современного верхнего предела на данную физическую величину. Сейчас (PDG-2020) среднее значение заряда нейтрона  $q_n = (-0,2 \pm 0,8) \cdot 10^{-21} e$  [133–135].

Второе возможное применение такой установки может быть связано с измерением отношения инертной и гравитационной масс нейтрона. Земля находится на стационарной орбите вокруг Солнца, то есть для нее гравитационное притяжение Солнца, которое пропорционально гравитационной массе, уравновешено центробежной силой, пропорциональной инертной массе. Если нейтрон имеет другое, чем у Земли, отношение инертной массы к гравитационной, то в системе отсчета, связанной с Землей, на нейтрон будет действовать добавочная сила:

$$F_{I-G} \equiv F_I - F_G = \frac{(m_{nI} - m_{nG})GM_S}{R_O^2} \equiv \left( \frac{m_{nI}}{m_{nG}} - 1 \right) F_{GS}, \quad (5.38)$$

где  $F_I$  – сила инерции,  $F_G$  – сила гравитации, действующие на нейтрон на орбите вокруг Солнца,  $m_{nG}$  и  $m_{nI}$  – гравитационная и инертная массы нейтрона,  $G$  – гравитационная постоянная,  $M_S$  – масса Солнца,  $R_0$  – радиус орбиты Земли<sup>1</sup>. Более того, эта сила будет испытывать суточные вариации за счет вращения Земли вокруг своей оси. Сила притяжения нейтрона Солнцем на орбите Земли составляет

$$F_{GS} = G \frac{m_{nG} M_S}{R_0^2} = 6 \cdot 10^{-13} \text{ ЭВ/см} \approx 6 \cdot 10^{-4} m_n g_3, \quad (5.39)$$

так что чувствительность (5.36) соответствует точности

$$\sigma(m_{nI} / m_{nG}) \sim 10^{-6}, \quad (5.40)$$

что более чем на два порядка лучше, чем современное значение [136].

### 5.6. Поглощение нейтронов в кристалле.

#### Эффект аномальной прозрачности кристалла (эффект Бормана)

Относительное число поглощений нейтронов (или любых других частиц) в единице объема в единицу времени  $dN/dt$  в однородной среде, содержащей  $n$  атомов (в единице объема), определяется сечением поглощения частиц атомами среды:

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = \nu n \sigma_r = \nu \Sigma_r, \quad (5.41)$$

где  $\nu$  – скорость частицы, определяющая плотность потока, приходящуюся на одну частицу,  $\Sigma_r = n \sigma_r$  – так называемое макроскопическое сечение поглощения,  $\sigma_r$  – сечение поглощения, которое есть полное сечение всех неупругих процессов, происходящих в веществе с данными частицами. Это уравнение переписывается в виде

$$\frac{dN}{N} = n \sigma_r \nu dt = \Sigma_r dl, \quad (5.42)$$

где  $dl$  – элемент пути, который нейтрон проходит за время  $dt$ , откуда непосредственно вытекает экспоненциальный закон уменьшения интенсивности пучка при прохождении слоя вещества толщиной  $L$ :

$$N = N_0 e^{-\Sigma_r L}, \quad (5.43)$$

который обычно записывают в виде

---

<sup>1</sup> Идея этого эксперимента аналогична хорошо известному опыту Этвёша по проверке слабого принципа эквивалентности [105].

$$I(L) = I_0 e^{-\mu_0 L} \equiv I_0 e^{-\frac{L}{L_0}}. \quad (5.44)$$

Здесь  $\mu_0$  – коэффициент поглощения среды,  $L$  – длина поглощения.

Точно такое же изменение интенсивности продифрагировавших пучков  $I_0(L)$  и  $I_g(L)$  ожидалось и при прохождении частиц (также и рентгеновских лучей) в условиях дифракции через кристаллы разной толщины,  $L_1$  и  $L_2$ , см. рис. 5.9.

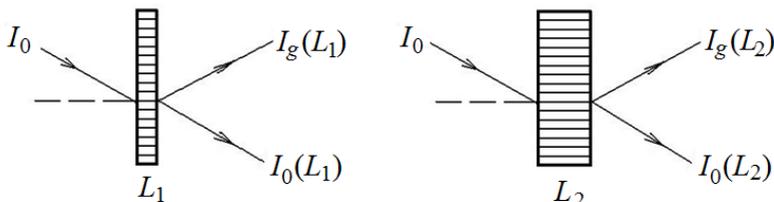


Рис. 5.9. Дифракция на кристаллах: тонком ( $L_1 \ll L_0$ ) и толстом ( $L_2 \gg L_0$ )

Казалось бы, что при  $L_2 \gg L_0$  через второй кристалл ничего не должно пройти (как следует из *кривой 1*, рис. 5.10), однако эксперименты показали, что значительная часть пучка в условиях дифракции (практически половина интенсивности) проходит через толстые кристаллы практически не ослабляясь (эффект аномальной прозрачности), как показано на *кривой 2* того же рисунка.

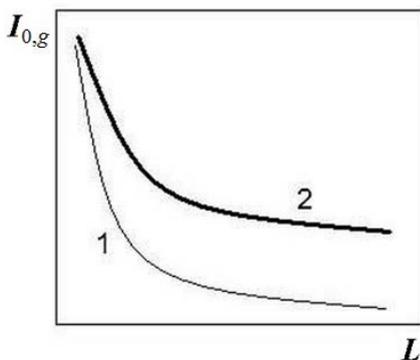


Рис. 5.10. Зависимость от толщины кристалла интенсивности прошедших через кристалл в условиях дифракции прямого и продифрагировавшего пучков: *кривая 1* – ожидаемое поведение интенсивностей прямого и отраженного продифрагировавших пучков в зависимости от толщины кристалла, *кривая 2* – эксперимент

Эффект аномальной прозрачности кристалла для волн, проходящих через него в условиях дифракции по Лауэ, был обнаружен Г. Борманом в 1941 г. для рентгеновских лучей и носит его имя. Впервые он наблюдался при дифракции рентгеновских волн в кварце [137], а затем в кристалле каль-

цита [138]. В течение достаточно долгого времени эффект Бормана оставался загадкой для физиков. Объяснение было найдено Максом фон Лауэ (Max von Laue) [139] лишь в 1949 г.

Суть этого объяснения очень проста. К эффекту аномальной прозрачности при дифракции по Лауэ на прохождение (как и к маятниковому эффекту) приводит разная симметрия волн в кристалле. Волны, которые сконцентрированы на кристаллографических плоскостях, поглощаются существенно сильнее волн, сконцентрированных между ними. Поэтому при достаточной толщине кристалла симметричная волна (половина интенсивности) может полностью поглотиться, а антисимметричная волна (вторая половина интенсивности) может пройти в кристалле достаточно большое расстояние практически не затухая.

Поглощение нейтронов в кристалле можно описать добавкой мнимой части к потенциалу, имеющей вид  $-iV'(\mathbf{r})$ , где величина  $V'$  вещественна и положительна (чтобы обеспечить затухание, а не возрастание волновых функций в пространстве). Тогда разложение полного комплексного потенциала (его еще называют оптическим потенциалом) по векторам обратной решетки будет иметь вид, аналогичный (2.2):

$$V^{\text{opt}}(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) - iV'(\mathbf{r}) = \sum_g (V_g - iV'_g) e^{i\mathbf{g}\mathbf{r}}, \quad (5.45)$$

где из вещественности  $V(\mathbf{r})$  и  $V'(\mathbf{r})$  следует:

$$V_g = V_{-g}^*, \quad V'_g = V'_{-g}*. \quad (5.46)$$

Если кристалл обладает центром симметрии, то, поместив в него начало координат, амплитуды всех гармоник как вещественной, так и мнимой части потенциала можно сделать вещественными, то есть все их фазы обратить в нуль:

$$V_g = V_{-g} = V_g^*, \quad V'_g = V'_{-g} = V'_g*. \quad (5.47)$$

Таким образом, величина  $V_g^{\text{opt}} V_{-g}^{\text{opt}}$ , входящая в уравнение дисперсионной поверхности нейтрона в кристалле (2.2), будет равна

$$V_g^{\text{opt}} V_{-g}^{\text{opt}} = (V_g - iV'_g)(V_{-g} - iV'_{-g}) = (V_g - iV'_g)^2, \quad (5.48)$$

но не  $|V_g - iV'_g|^2$ . Заметим, что существование дифракционных явлений имеет место, только если  $V'_g \ll V_g$ , то есть длина экстинкции должна быть много меньше длины поглощения. Для большинства кристаллов это условие выполняется как для рентгеновских лучей и электронов, так и для нейтронов.

Используя (5.48), уравнение дисперсионной поверхности нейтрона в кристалле (2.2) можно переписать в виде

$$\left(K^2 - k^2\right)^2 + 2\Delta_g \left(K^2 - k^2\right) - \left(U_g - iU'_g\right)^2 = 0. \quad (5.49)$$

При выполнении условия Брэгга, то есть при  $\Delta_g \ll U_g$ , имеем:

$$k^{(1,2)2} = k_0^2 - \left(U_0 - iU'_0\right) \mp \left(U_g - iU'_g\right). \quad (5.50)$$

Здесь  $U_{0,g} = 2m_n V_{0,g} / \hbar^2$ ,  $U'_{0,g} = 2m_n V'_{0,g}$ ,  $\mathbf{k}^{(1,2)}$  – волновые векторы нейтрона в кристалле, относящиеся к разным ветвям дисперсионной поверхности.

Поскольку при входе в кристалл может изменяться только нормальная к границе компонента волнового вектора, в симметричной схеме дифракции по Лауэ из (5.50) будем иметь

$$\begin{aligned} \mathbf{k}^{(1,2)2} - \mathbf{k}_0^2 &= 2\mathbf{k}_0 \Delta \mathbf{k}^{(1,2)} = 2k_0 \Delta k^{(1,2)} \cos \theta_B = \\ &= -\left(U_0 \pm U_g\right) + i\left(U'_0 \pm U'_g\right), \end{aligned}$$

так что

$$\Delta \mathbf{k}^{(1,2)} = \frac{-\left(U_0 \pm U_g\right) + i\left(U'_0 \pm U'_g\right)}{2k_0 \cos \theta_B} \mathbf{n}, \quad (5.51)$$

где  $\mathbf{n}$  – единичный вектор нормали к границе кристалла (вдоль оси  $z$ ).

Мнимые компоненты волнового вектора в кристалле описывают затухание амплитуд соответствующих волн. В результате волновые функции нейтрона с учетом затухания принимают вид, см. (2.34), (2.35),

$$\Phi^{(1,2)} = \Psi^{(1,2)} e^{-\frac{\left(U'_0 \pm U'_g\right)z}{2k_0 \cos \theta_B}} \equiv \Psi^{(1,2)} e^{-\frac{\mu_0(1 \pm \varepsilon_g)z}{2 \cos \theta_B}}. \quad (5.52)$$

Здесь  $\mu_0$  – средний коэффициент затухания нейтронной волны, имеющий место при распространении нейтрона в однородной среде с постоянным оптическим потенциалом  $V_0 + iV'_0$ :

$$\mu_0 \equiv \frac{1}{L_0} = \frac{U'_0}{k_0} \equiv k_0 \frac{2m_n V'_0}{\hbar^2 k_0^2} = k_0 \frac{V'_0}{E_n}, \quad \varepsilon_g = \frac{U'_g}{U'_0} = \frac{V'_g}{V'_0}. \quad (5.53)$$

Безразмерная величина  $\varepsilon_g$  ( $0 < \varepsilon_g < 1$ ) характеризует степень выраженности эффекта Бормана в зависимости от кристалла и системы кристаллографических плоскостей.

Для нейтронов, в силу малости размеров ядра, все гармоники практически одинаковы, поэтому  $\varepsilon_g$  может быть близко к единице. Отличие от единицы может быть обусловлено либо фактором Дебая – Уоллера (например, для монокристаллов), либо уменьшением мнимой части структурной амплитуды рассеяния с передачей импульса, по сравнению с амплитудой вперед в более сложной ячейке.

Поскольку при выполнении условия Брэгга волны (1) и (2) возбуждаются в кристалле с одинаковой амплитудой, для их интенсивностей после прохождения кристалла толщиной  $L$  будем иметь

$$\left| a_0^{(1,2)} \right|^2 = \left| a_g^{(1,2)} \right|^2 = \frac{1}{4} e^{-\frac{\mu_{1,2} L}{\cos \theta_B}} = \frac{1}{4} e^{-\mu_0 (1 \pm \varepsilon_g) L_{\text{eff}}}, \quad (5.54)$$

где  $L_{\text{eff}} = L / \cos \theta_B$  – эффективная толщина кристалла. Как следует из (5.54), при  $\varepsilon_g \sim 1$  антисимметричная нейтронная волна (2) практически не затухает, тогда как волна (1) затухает с удвоенным коэффициентом. Поэтому при  $L_{\text{eff}} \gg L_0 = 1/\mu_0$  «выживает» только волна (2), на которую приходится половина интенсивности падающей волны, по четверти на прямой и отраженный продифрагировавшие пучки. Обратим внимание на то, что при углах Брэгга, близких к прямому, резко возрастает эффективная толщина кристалла. Это связано с обсуждавшимся ранее эффектом замедления нейтрона в кристалле и существенным увеличением времени взаимодействия нейтрона с атомами кристалла.

### 5.7. Экспериментальное наблюдение эффекта Бормана для нейтронов в монокристалле кремния

Эксперимент [140, 141] был выполнен на горизонтальном пучке нейтронов (горизонтальный канал № 2 реактора ВВР-М) с использованием установки в двух вариантах: однокристалльном (рис. 5.11) и двухкристалльном (рис. 5.12). Изучалась дифракция нейтронов по Лауэ при углах Брэгга, близких к  $\pi/2$ , на системе кристаллографических плоскостей (220) совершенного монокристалла кремния ( $d = 1,92 \text{ \AA}$ ) с размерами  $15 \times 15 \times 22 \text{ см}^3$  (см. фотографию на рис. 5.13). Монокристалл посередине имеет поперечный разрез шириной 1,6 мм на глубину 72 мм (рис. 5.13), который позволяет проводить эксперимент также и в двухкристалльной схеме дифракции, обсуждавшейся ранее, см. рис. 5.8.

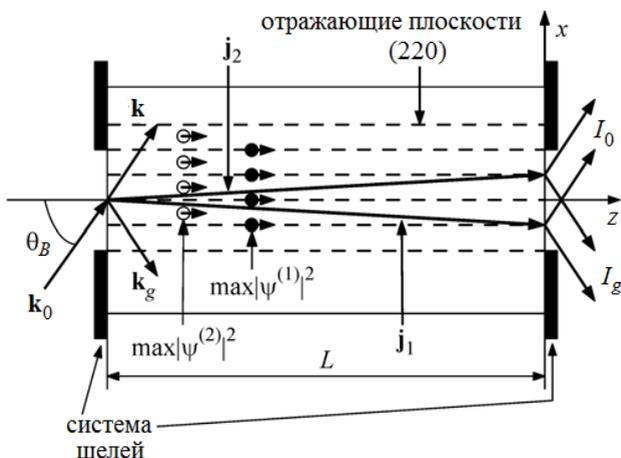


Рис. 5.11. Однокристалльная схема дифракции нейтронов по Лауэ в кристалле кремния полной толщиной 22 см (нижняя его часть, рис. 5.13). На входной и выходной гранях кристалла друг напротив друга расположены коллимирующие щели. Плотности токов нейтронов  $j_1$  и  $j_2$  определяют направления распространения (траектории Като) для волн разного типа в кристалле. Нейтроны в состоянии (1) сконцентрированы на плоскостях (черные кружки), в состоянии (2) – между ними (светлые кружки)

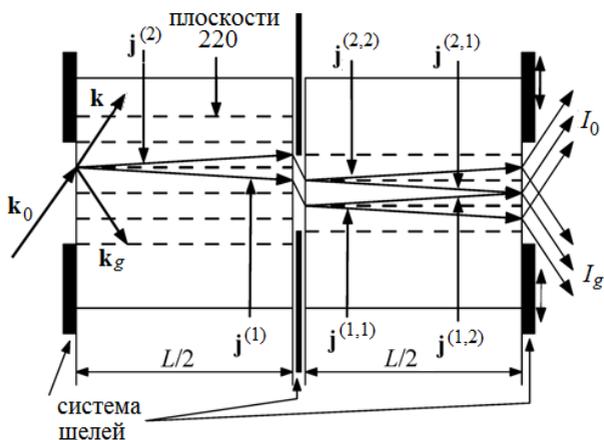


Рис. 5.12. Двухкристалльная схема дифракции нейтронов по Лауэ на двух половинах кристалла кремния толщиной по  $\sim 11$  см (верхняя часть кристалла на рис. 5.13). Коллимирующие щели расположены на входной и выходной гранях кристалла, а также в его разрезе напротив друг друга

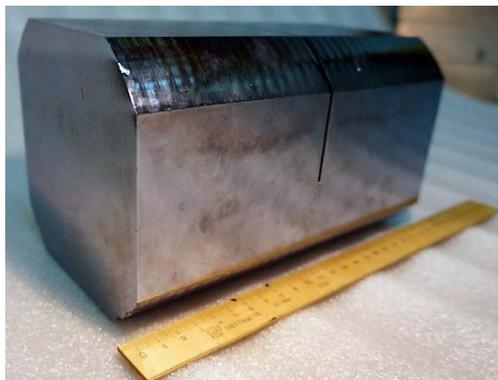


Рис. 5.13. Монокристалл кремния, использовавшегося в экспериментах.  
Размеры кристалла:  $130 \times 130 \times 218 \text{ мм}^3$ . Ширина щели – 1,6 мм, глубина – 72 мм

Пучок нейтронов из канала реактора под некоторым углом  $\theta$  падает через коллимирующую щель на входную грань кристалла. Нейтроны с длиной волны, для которой выполняется условие Брэгга (то есть этот угол является брэгговским:  $\theta = \theta_B$ ), распространяются в кристалле практически вдоль кристаллографических плоскостей и выходят через щель (расположенную напротив входной щели) на выходной грани кристалла. Размеры щелей выделяют некоторый интервал небольших углов наклона траекторий Като, отвечающий отклонению от условия Брэгга для падающих нейтронов в пределах брэгговской ширины:  $w_g \ll 1$ .

При выходе нейтронов из кристалла формируются прямой и отраженный продифрагировавшие пучки с интенсивностями, которые определяются формулой (5.54). Заметим, что, изменяя (по оси  $x$ ) положение выходной щели (изменяя направление плотности тока регистрируемых нейтронов), можно отбирать нейтроны с разным параметром отклонения от условия Брэгга.

В описываемом эксперименте измерялась интенсивность прямого продифрагировавшего пучка в зависимости от угла Брэгга.

В двухкристальной схеме (рис. 5.12) коллимация нейтронного пучка осуществляется тремя щелями: на входной грани кристалла, в его разрезе и на выходной грани (третья подвижная щель, которая дает возможность сканировать пространственное смещение пучка). Рисунок 5.12 еще раз демонстрирует, что волны (2, 1) и (1, 2) сходятся на выходной грани кристалла (эффект дифракционной фокусировки). Первоначально этот эффект планировалось использовать для эксперимента по проверке слабого принципа эквивалентности для нейтрона, однако предпочтение было отдано схеме эксперимента с прямой коллимацией пучка и возможностью непосредственного

сканирования смещения пучка по выходной грани кристалла под воздействием внешней силы. Реализация такой схемы с прямой коллимацией пучка и использованием узких щелей, кажется, является более привлекательной, в силу того что величина самого смещения на выходной грани кристалла в два раза больше, и, кроме того, как увидим ниже, можно использовать гораздо более толстые кристаллы, эффекты же от внешней силы растут пропорционально квадрату толщины кристалла.

Рабочий кристалл был заключен в термостат для минимизации эффектов от неоднородной деформации кристалла (вариаций межплоскостного расстояния по объему) из-за температурных градиентов в кристалле. Используемый термостат обеспечивал постоянство температуры кристалла с точностью  $\approx 0,01$  К/сут.

Учитывая, что коэффициент теплового расширения кремния  $\chi^{\text{Si}} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  [142], можно получить, что при такой скорости изменения температуры ожидаемая величина параметра  $\zeta_T$ , характеризующего градиент межплоскостного расстояния, см. (5.21), не превышает  $10^{-12} \text{ см}^{-1}$  вдоль входной поверхности кристалла [143], что практически никак не влияет на интенсивность продифрагировавших пучков.

Измеренные интенсивности продифрагировавшего прямого нейтронного пучка в зависимости от угла Брэгга для однокристалльной и двухкристалльной схем дифракции приведены на рис. 5.14. Величина угла Брэгга в эксперименте достигала  $88^\circ$ . По верхней оси отложены значения эффективной толщины кристалла  $L_{\text{eff}} = L/\cos \theta_B$ , которая достигает 6,3 м для угла Брэгга  $88^\circ$ .

Теоретические зависимости интенсивностей прямого пучка рассчитаны для длины поглощения в кремнии  $L_0 = 1/\mu_0 = 40$  см с учетом разного поглощения для двух типов блоховских волн (5.54). В однокристалльном варианте интенсивность дается выражением

$$I_0^{(1\text{cr})} = \left| a_0^{(1)}(L) \right|^2 + \left| a_0^{(2)}(L) \right|^2 = \frac{1}{4} \left( e^{-\mu_0(1+\varepsilon_g) \frac{L_{\text{eff}}}{L_0}} + e^{-\mu_0(1-\varepsilon_g) \frac{L_{\text{eff}}}{L_0}} \right), \quad (5.55)$$

в двухкристалльном –

$$\begin{aligned} I_0^{(2\text{cr})} &= 2I_g^{(1\text{cr})2} \left( \frac{L}{2} \right) = \left( \frac{1}{4} e^{-\mu_0(1+\varepsilon_g) \frac{L_{\text{eff}}}{2L_0}} + \frac{1}{4} e^{-\mu_0(1-\varepsilon_g) \frac{L_{\text{eff}}}{2L_0}} \right)^2 = \\ &= \frac{1}{8} \left( e^{-\mu_0(1+\varepsilon_g) \frac{L_{\text{eff}}}{L_0}} + e^{-\mu_0(1-\varepsilon_g) \frac{L_{\text{eff}}}{L_0}} + 2e^{-\mu_0 \frac{L_{\text{eff}}}{L_0}} \right). \end{aligned} \quad (5.56)$$

В (5.56) учтено, что в дифракцию на втором кристалле дают вклад прямой и отраженный продифрагировавшие на первом кристалле пучки.

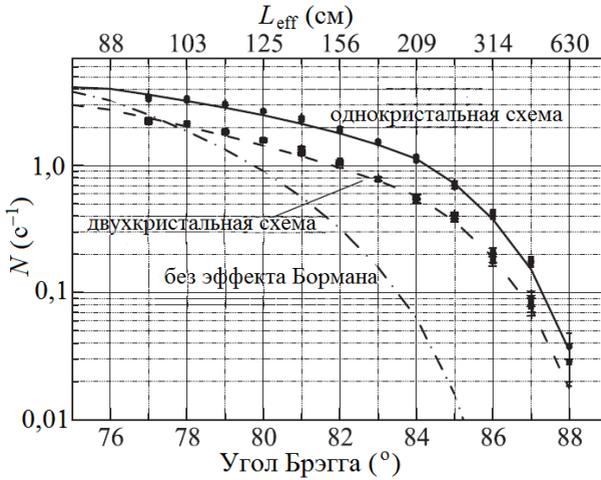


Рис. 5.14. Зависимости интенсивности прямого продифрагировавшего пучка от угла Брэгга для однокристалльной и двухкристалльной схем дифракции по Лауэ в кристалле кремния. Отражающие плоскости (220). Толщина кристалла  $L \approx 22$  см

Наилучшее согласие с экспериментом было достигнуто при значении коэффициента поглощения для волны (1), равном

$$\mu_1 = \mu_0 (1 + \varepsilon_{220}) = 0,05 \text{ см}^{-1}. \quad (5.57)$$

К сожалению, из-за относительно малой, по сравнению с длиной поглощения волны 2-го типа, толщины используемого кристалла (22 см) была получена лишь верхняя граница на величину коэффициента поглощения для этой волны:

$$\mu_2 = \mu_0 (1 - \varepsilon_{220}) \leq 0,003 \text{ см}^{-1}. \quad (5.57')$$

Тем не менее из него следует, что для волны (2) длина поглощения нейтрона, дифрагирующего на плоскости (220) кристалла кремния, как минимум на порядок превосходит среднюю длину поглощения нейтрона в кремнии ( $L_0 = 40$  см,  $\mu_0 = 0,025 \text{ см}^{-1}$ ) и составляет  $L^{(2)} > 300$  см. Величина параметра  $\varepsilon_{220} > 0,9$  свидетельствует о ярко выраженном эффекте Бормана для этой системы плоскостей. Она не противоречит теоретически рассчитанной величине ( $\varepsilon_{220} \approx 0,97$ ) при данных условиях проведения эксперимента.

На рисунке 5.14 приведена также расчетная зависимость интенсивности от угла Брэгга без учета эффекта Бормана. В этом случае при углах Брэгга, больших  $84^\circ$ , интенсивность практически равна нулю. В расчетах же с учетом эффекта аномального прохождения предсказывается заметная

интенсивность вплоть до угла Брэгга в  $88^\circ$ , что и подтверждается экспериментально.

На рисунке 5.15 приведена зависимость от угла Брэгга отношения интенсивностей для однокристалльной и двухкристалльной схем дифракции.

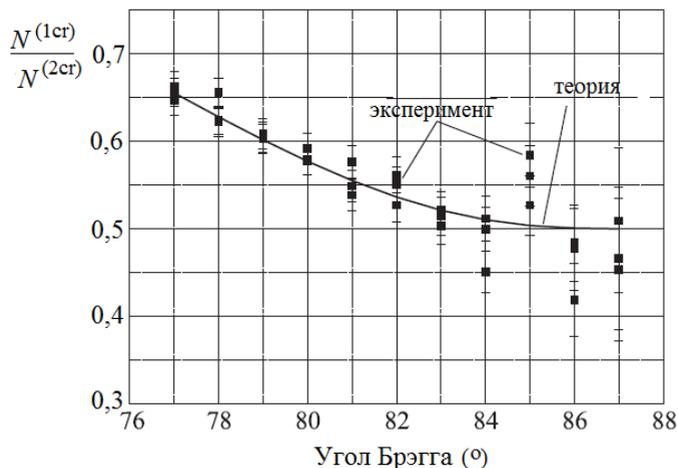


Рис. 5.15. Зависимость от угла Брэгга отношения интенсивностей для однокристалльной и двухкристалльной схем дифракции. Сплошной линией показана теоретическая зависимость

Важно отметить, что с учетом эффекта двухкристалльной фокусировки и эффекта Бормана теория предсказывает выход кривой на плато в  $1/2$  при больших углах дифракции, что соответствует ситуации, когда в обоих кристаллах выживает только слабо поглощаемая волна (1), вклад других волн пренебрежимо мал. Таким образом, экспериментально измеренная зависимость на рис. 5.14 является еще одним подтверждением правильности описания процесса дифракции нейтронов при больших углах Брэгга.

### 5.8. Двухкристалльная схема с прямой коллимацией пучков. Наблюдение дифракционного усиления эффекта Штерна – Герлаха

В настоящем разделе будут детально рассмотрены новые возможности изучения малых воздействий на нейтрон в двухкристалльной схеме дифракции с прямой коллимацией пучков на примере дифракции нейтронов в неоднородном магнитном поле при больших углах Брэгга.

Схема эксперимента [116, 117] изображена на рис. 5.16. Он был реализован с использованием описанного выше монокристалла кремния (см. рис. 5.13), помещенного в неоднородное магнитное поле с небольшим градиентом.

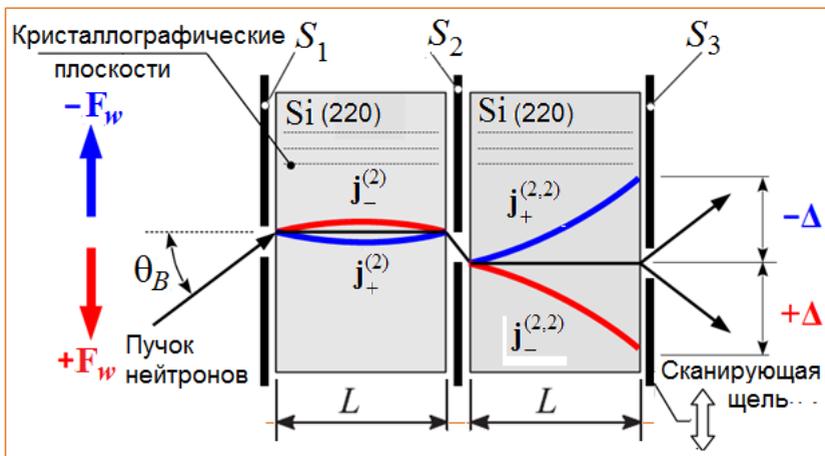


Рис. 5.16. Двухкристальная схема эксперимента с прямой коллимацией пучка нейтронов (вид сверху)

В неоднородном магнитном поле на нейтроны с проекциями спинов по и против поля внутри кристалла будут действовать противоположные по направлению силы (как и в известном опыте Штерна – Герлаха [144]). К изменению же параметра отклонения от условия Брэгга (то есть к изменению направления траектории Като) приводят лишь компоненты сил, перпендикулярные рабочим плоскостям кристалла (220), вдоль вектора обратной решетки  $\mathbf{g}$  (ось  $x$ ):

$$F_x^{(\pm)} = \mp \mu_n \frac{\partial B}{\partial x} \approx 6 \cdot 10^{-12} \left[ \frac{\partial B}{\text{Гс}} \right] \frac{\partial B}{\partial x} \left[ \frac{\text{Гс}}{\text{см}} \right] \equiv \mp F_w, \quad (5.58)$$

где  $\partial B / \partial x$  – градиент величины магнитного поля в направлении  $x$ , а  $\mu_n$  – магнитный момент нейтрона. Под действием этих сил траектории Като нейтронов с одинаковым начальным наклоном, но разными проекциями спинов искривляются в противоположных направлениях. Это означает, что траектория Като падающего на кристалл с заданным параметром отклонения первоначально неполяризованного нейтрона расщепится не на две компоненты, (1) и (2), соответствующие двум ветвям дисперсионной поверхности (рис. 5.8), а на четыре,  $(1\pm)$  и  $(2\pm)$ , которые описывают распространение в кристалле четырех поляризованных (попарно в противоположных направлениях) пучков нейтронов. Однако при противоположном значении параметра отклонения от условия Брэгга (расходящийся пучок) все траектории повторятся, но с противоположными проекциями спинов. В результате в непоглощающем кристалле получим расщепление первоначально неполяризованного пучка на неполяризованные же пучки [114], в отличие от опыта

Штерна – Герлаха, где пучок неполяризованных атомов в градиенте магнитного поля расщепляется на два поляризованных пучка в пустом пространстве.

Ситуация изменяется в поглощающем кристалле (большая толщина кристалла и большие углы Брэгга,  $L_{\text{eff}} \gg L_0$ ). В этом случае в кристаллах «выживают» только антисимметричные слабо поглощаемые волны (2) и (2, 2) с противоположными поляризациями. Они показаны на рис. 5.16.

*Красными и синими линиями* на этом рисунке показаны траектории Като нейтронов с противоположными проекциями спина на направление магнитного поля в слабо поглощаемых состояниях (токи  $\mathbf{j}_{\pm}^{(2)}$  и  $\mathbf{j}_{\pm}^{(2,2)}$ ), на которые действуют противоположные силы Като.

В условиях эксперимента  $L_{\text{eff}} \gg L_0$ , поэтому нейтроны в состояниях, принадлежащих другой ветви, практически полностью поглощаются кристаллом кремния, и соответствующие траектории Като исчезают.

Заметим, что в отсутствие эффекта аномального поглощения (например, в случае достаточно тонкого кристалла и при углах Брэгга  $\sim 45^\circ$ ) по этим траекториям будут распространяться неполяризованные нейтроны, поскольку в каждом направлении будут распространяться нейтроны с противоположными спинами (например,  $\mathbf{j}_+^{(2)}$  и  $\mathbf{j}_-^{(1)}$ ). Это означает, что хотя пучок на выходе из второго кристалла и расщепится на два, но они оба будут неполяризованными, как в эксперименте [114].

На рисунке 5.17 изображена схема экспериментальной установки. Эксперимент [116, 117] был проведен в 2018 г. на пучке холодных нейтронов PF1b [98] в ИЛЛ.

Пучок неполяризованных нейтронов 1 из нейтронновода сначала попадает на монохроматор 3, окруженный бетонной защитой 2, которая обеспечивает необходимые фоновые условия снаружи. Монохроматор обеспечивает необходимый диапазон длин волн нейтронов и величину угловой расходимости пучка, кроме того, он существенно уменьшает поток нейтронов, падающих на рабочий кристалл 5, тем самым уменьшает общий нейтронный фон. Монохроматор установлен на поворотном столике и состоит из двух кристаллов пиролитического графита (PG) с параллельными друг другу плоскостями отражения (002) и межплоскостным расстоянием  $d_{\text{PG}} = 3,35 \text{ \AA}$ . Длина волны отражаемых нейтронов настраивается при помощи поворотного столика в диапазоне  $\lambda = 3,5\text{--}3,9 \text{ \AA}$ . Мозаичность кристаллов монохроматора  $\sim 0,9^\circ$ . Степень монохроматичности получаемого пучка составляет  $\Delta\lambda/\lambda \sim 10^{-2}$ .

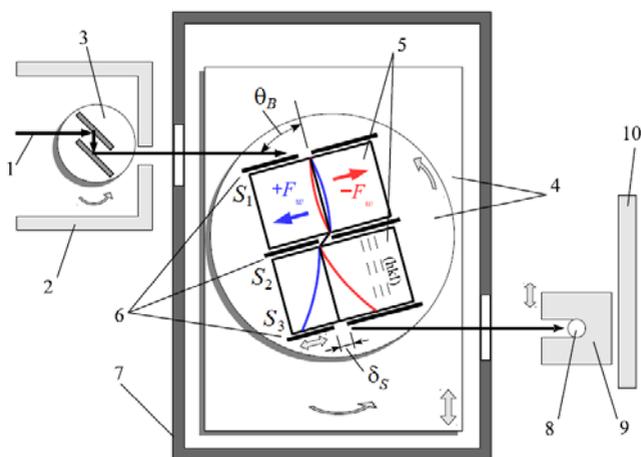


Рис. 5.17. Схема экспериментальной установки (вид сверху): 1 – пучок нейтронов; 2 – бетонная защита (каземат); 3 – двухкристальный монохроматор; 4 – механизм перемещения кристалла с поворотным столиком; 5 – рабочий монокристалл кремния; 6 – коллимирующие ( $S_1$ ,  $S_2$ ) и сканирующая ( $S_3$ ) щели; 7 – термостат; 8 – детектор; 9 – защита детектора; 10 – поглотитель пучка

Сформированный монохроматором пучок нейтронов падает на входную поверхность рабочего монокристалла кремния 5, перпендикулярную отражающим плоскостям (220) с межплоскостным расстоянием  $d = 1,92 \text{ \AA}$ . Размеры кристалла:  $130 \times 130 \times 218 \text{ мм}^3$ , степень его совершенства:  $\Delta d/d \sim 10^{-7}$  по всему объему кристалла. Разрез посередине кристалла глубиной 72 мм и толщиной 1,6 мм позволяет использовать его в двухкристальной схеме дифракции. Сам рабочий кристалл закреплен в кристаллодержателе на поворотном столике, который, в свою очередь, установлен на механизме перемещения 4. Для изменения угла Брэгга  $\theta_B$  используется прецизионный гониометр. Значение угла  $\theta_B$  контролируется абсолютным оптическим энкодером с точностью  $0,03^\circ$ . Вся система помещена внутрь термостата с комбинированной (активно-пассивной) тепловой защитой 7. Термостат в условиях эксперимента на пучке PF1b позволяет удерживать температуру рабочего кристалла постоянной со стабильностью  $\sim 0,01 \text{ К/сут}$ .

На первом кристалле пучок нейтронов коллимируется с помощью двух щелей ( $S_1$ ,  $S_2$ ), рис. 5.16, 5.17. Полученное пространственное распределение нейтронов на выходной грани второго кристалла сканируется подвижной щелью  $S_3$ . Она установлена на перемещающемся столике с пьезодвигателем, что практически исключает нагрев кристалла от двигателя внутри термостата. Все щели изготовлены из металлического кадмия толщиной 0,5 мм.

При помощи постоянных магнитов и специально сконструированного магнитопровода (рис. 5.18) в области, где расположен рабочий кристалл, создается градиент магнитного поля.

В результате на нейтроны со спинами по и против поля в кристалле будут действовать противоположные силы (5.58). Соответствующие траектории будут искривляться под действием сил Като.

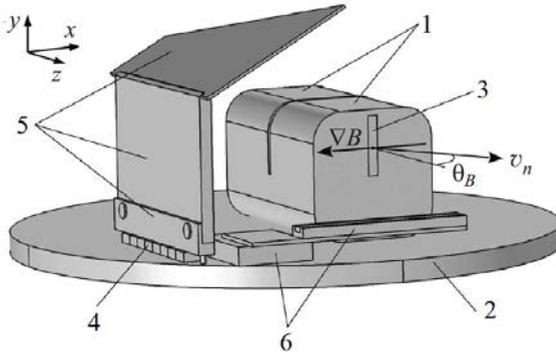


Рис. 5.18. Схема расположения кристалла и магнитопровода: 1 – монокристалл кремния; 2 – поворотный столик (часть магнитопровода); 3 – область пучка на выходе из кристалла; 4 – постоянные магниты; 5 – магнитопровод; 6 – пьезодвигатель и крепление выходной щели  $S_3$  (щель не показана)

Прошедшие через кристаллы и выходную щель продифрагировавшие нейтроны регистрируются детектором 8 (рис. 5.17), который окружен защитой 9 от внешнего фонового излучения. Как уже отмечалось, регистрируются нейтроны в прямом продифрагировавшем пучке. Нейтроны, не удовлетворяющие условиям дифракции, попадают в поглотитель пучка 10.

Итак, две щели (при  $x = 0$ ) на первом кристалле выделяют в нем траектории Като волн (2) нейтронов с противоположными проекциями спинов и, соответственно, противоположными силами, которые на них действуют. Заметим, что в отсутствие сил это были бы траектории с нулевым наклоном (параллельные кристаллографическим плоскостям, то есть оси  $z$ ), описывающие нейтроны, падающие на кристалл точно под углом Брэгга. Наличие внешней силы (5.58) будет искривлять эти траектории, поэтому во вторую щель попадут нейтроны, падающие на первый кристалл с некоторыми фиксированными и противоположными отклонениями от брэгговских направлений, которые определяют начальные углы наклона траекторий  $\pm\alpha_0$ . Эти углы определяются из уравнений траекторий (5.28), из условий  $x(0) = x(L) = 0$  (рис. 5.16):

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \pm \frac{\pi c_0^2 F_w L}{m_0 d 4 E_n}. \quad (5.59)$$

В результате две эти траектории, отвечающие распространению в первом кристалле нейтронов с противоположными поляризациями, будут описываться кривыми:

$$x^\pm(z) = \pm \frac{\pi c_0^2 F_w}{m_0 d 4 E_n} (L - z) z. \quad (5.60)$$

Во втором кристалле эти траектории начнутся с противоположными углами наклона, так что сила продолжит изгибать их в том же направлении (см. рис. 5.16, 5.17):

$$x^\pm(z) = \pm \frac{\pi c_0^2 F_w}{m_0 d 4 E_n} (L + z) z. \quad (5.61)$$

В результате на выходной грани второго кристалла траектории нейтронов с разными поляризациями сместятся на

$$x^\pm(2L) = \pm \frac{\pi c_0^2 F_w}{m_0 d 2 E_n} L^2, \quad (5.62)$$

так что в такой схеме с прямой коллимацией пучка эффект от двух кристаллов (толщиной  $L$ ) удваивается (эффект для одного кристалла в случае удвоения его толщины учетверяется). Расстояние между траекториями на выходе из второго кристалла (расщепление) будет равно

$$\Delta_{2L} = \frac{\pi c_0^2 F_w}{m_0 d E_n} L^2. \quad (5.63)$$

Обратим внимание, что чувствительность данного эксперимента к внешним силам, действующим на нейтрон в кристалле, определяется величиной силы  $F_w$ , необходимой для смещения пучка нейтронов на выходе из второго кристалла на величину ширины щели  $\delta_{S3}$ . Из (5.15) и (5.62) эта сила равна

$$F_\delta = \frac{m_0 d 2 E_n}{\pi c_0^2 L^2} \delta_{S3} = \frac{1}{K_D} \frac{2 E_n}{L^2} \delta_{S3}. \quad (5.64)$$

Здесь  $K_D$  – коэффициент дифракционного усиления (5.15), величина  $(2E_n \delta_S)/L^2$  есть сила, перпендикулярная направлению движения нейтрона и необходимая для смещения его на  $\delta_S$  в вакууме. Как мы уже отмечали, см. (5.16), для плоскости кристалла кремния (220), значение дифракционного коэффициента усиления составляет

$$K_{D(\text{Si})}^{220} = 2,1 \cdot 10^5 \text{tg}^2 \theta_B$$

и достигает величины  $1,1 \cdot 10^7$  для максимального угла Брэгга  $82^\circ$  в эксперименте.

Основные измерения проводились для углов Брэгга  $\theta_B$  от  $78^\circ$  до  $82^\circ$ . Минимальные размеры коллимирующих щелей ( $\delta_{S1} = 17$  мм,  $\delta_{S2} = 15$  мм,  $\delta_{S3} = 18$  мм) были выбраны из условий получения достаточной статистической точности за ограниченное время эксперимента.

Результаты измерений показаны на рис. 5.19 и 5.20. На рисунке 5.19 сплошными квадратиками с ошибками изображены измеренные интенсивности нейтронов на выходной поверхности рабочего кристалла в зависимости от положения  $l_{S3}$  сканирующей щели  $S_3$  (вдоль оси  $x$ ) для различных углов  $\theta_B$ , пунктирными линиями изображены аппроксимации рефлексов кривыми Гаусса для разных поляризаций нейтронов, сплошными линиями даны их суммы.

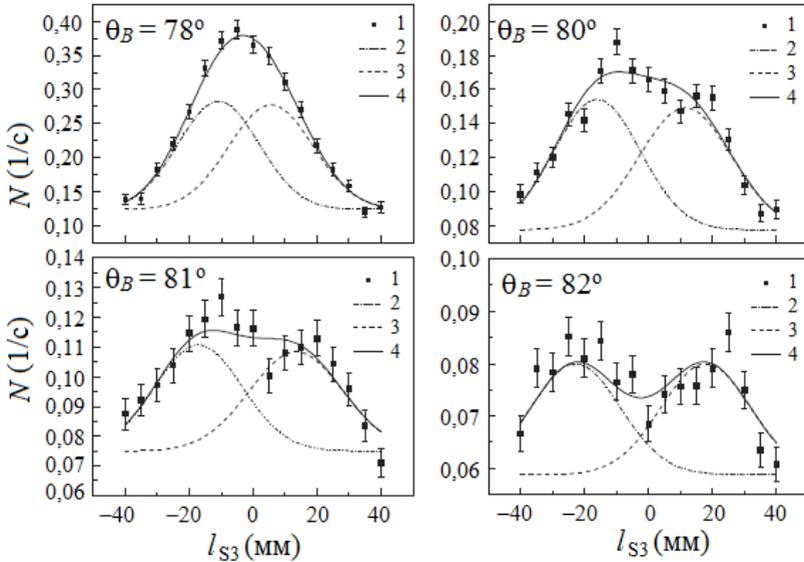


Рис. 5.19. Распределение интенсивности  $N$  по выходной поверхности рабочего кристалла ( $l_{S3}$  – положение сканирующей щели  $S_3$ ) при различных углах дифракции,  $\theta_B = 78\text{--}82^\circ$ , в присутствии градиента магнитного поля. Экспериментальные данные представлены черными квадратами (1) с указанием ошибок; пунктирные линии 2 и 3 – подгоночные гауссовы кривые для двух рефлексов с разной проекцией спина; сплошные кривые (4) – их суммы

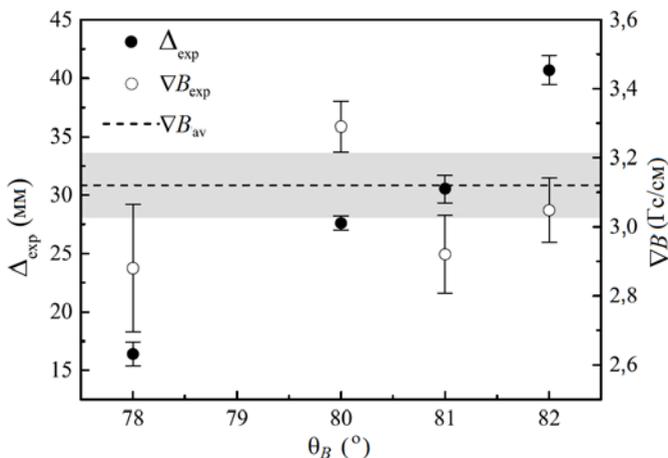


Рис. 5.20. Расстояние между максимумами интенсивности, соответствующими двум проекциям спина (рис. 5.19), и градиент поля в зависимости от угла Брэгга. Пунктиром отмечена средняя величина градиента магнитного поля

В отсутствие магнитного поля распределение интенсивности (рис. 5.21) совпадает с изображенным для  $\theta_B = 78^\circ$  с единственным отличием: его ширина несколько меньше и совпадает с шириной пунктирных кривых.

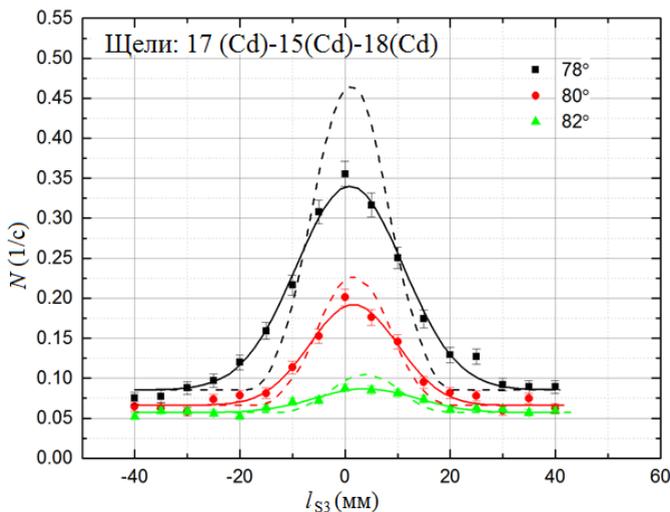


Рис. 5.21. Распределение интенсивности  $N$  по выходной поверхности рабочего кристалла в отсутствие магнитного поля при различных углах Брэгга

Первоначально неполяризованный пучок нейтронов расщепляется в кристалле на два с противоположными проекциями спина, в результате рефлексы смещаются в противоположные стороны. Небольшое неравенство ширины и амплитуд двухкристалльных линий (но с сохранением площади под кривой) можно объяснить прохождением части нейтронов через область кристалла на сравнительно большом расстоянии (более 15 мм) от центра пучка. Из-за особенности конструкции магнитопровода на таком расстоянии неоднородность градиента поля уже значительна.

На рисунке 5.20 показана зависимость расстояния  $\Delta_{\text{exp}}$  (*сплошные кружки*) между положениями максимумов двухкристалльных линий для двух проекций спина от угла  $\theta_B$  (кривые 2 и 3 на рис. 5.19). Из рисунка 5.20 видно, что при максимальном угле в  $82^\circ$  величина расщепления  $\Delta_{\text{exp}}$  составляет:

$$\Delta_{\text{exp}} = 4,1 \pm 0,1 \text{ см.}$$

Из этих данных, а также используя уравнения (5.58) и (5.63), мы можем извлечь значение градиента поля (*открытые кружки* на рис. 5.20):

$$\frac{\partial B}{\partial x} = \frac{m_0 d \cdot E_n}{\mu_n \pi c_0^2 L^2} \Delta_{\text{exp}} = \frac{E_n}{\mu_n K_{D(\text{Si})}^{220} L^2} \Delta_{\text{exp}}. \quad (5.65)$$

Среднее значение градиента магнитного поля по пучку нейтронов в эксперименте составило

$$\left( \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{\text{av}} \equiv \nabla B_{\text{av}} = (3,12 \pm 0,09) \text{ Гс/см,}$$

см. рис. 5.20, что согласуется с оценками, основанными на показаниях магнитометра в трех точках с каждой стороны (вход и выход) кристалла, которые дали  $3,0 \pm 0,3$  Гс/см.

Для сравнения можно рассчитать пространственное расщепление пучка для нейтронов с длиной волны  $\lambda = 3,8 \text{ \AA}$  (что соответствует углу Брэгга  $82^\circ$  и  $E_n \approx 5,5 \text{ мэВ}$ ), движущихся в свободном пространстве при том же градиенте магнитного поля через такой же трехщелевой коллиматор, но без кристалла (удален из установки). Оно получается  $3,9 \cdot 10^{-7} \text{ см}$ . Таким образом, экспериментально измеренный коэффициент дифракционного усиления равен

$$K_{D(\text{Si})\text{exp}}^{220} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ tg}^2 \theta_B,$$

что хорошо согласуется с теорией.

Формула (5.64) дает величину внешней силы, которая сдвигает пучок (двухкристалльную линию) на выходной грани кристалла (по оси  $x$ ) на величину выходной щели экспериментальной установки:

$$F_{\delta} = \frac{1}{K_{D(\text{Si})\text{exp}}^{220}} \frac{2E_n}{L^2} \delta_{S3} \approx 1,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{эВ}}{\text{см}} = 1,7 \cdot 10^{-2} m_n g_3. \quad (5.66)$$

В нашем случае она приблизительно совпадает с  $\mu_n \nabla B_{\text{ав}} \approx 1,8 \cdot 10^{-11}$  эВ/см, поскольку  $\Delta_{\text{exp}} \sim 2\delta_{S3}$ .

Профили двухкристалльных линий в отсутствие сил, действующих на нейтрон, при разных углах Брэгга изображены на рис. 5.21. Воздействие на нейтрон внешней силы  $F_{\text{ext}}$  приведет к смещению профиля на  $\delta_F$ :

$$\delta_F = K_D \frac{F_{\text{ext}}}{2E_n} L^2, \quad (5.67)$$

см. (5.62), и изменению скорости счета (при фиксированном положении щели) на величину

$$\Delta N = \frac{\partial N}{\partial x} \delta_F \approx \frac{N_m}{\delta_{S3}} \frac{K_D F_{\text{ext}}}{2E_n} L^2. \quad (5.68)$$

Таким образом, можно определить величину внешней силы:

$$F_{\text{ext}} = \frac{\Delta N}{N_m} \frac{2E_n \delta_{S3}}{K_D L^2}. \quad (5.69)$$

Ошибка измерения силы (чувствительность к внешней силе) определится как

$$\sigma(F_{\text{ext}}) = \frac{2\sigma(N)}{N_m} \frac{2E_n \delta_{S3}}{K_D L^2} \approx \frac{4E_n \delta_{S3}}{\sqrt{N_m} K_D L^2} \approx \frac{2,2 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{N_m}} \frac{\delta_{S3}}{L^2} \left[ \frac{\text{эВ}}{\text{см}} \right]. \quad (5.70)$$

Здесь  $\delta_{S3}$  и  $L$  измеряются в см. В рассмотренном выше случае при  $\delta_{S3}/L^2 \sim 0,03$  и превышении скорости счета над фоном в 0,02 нейтрон/с (при  $\theta_B = 82^\circ$ , см. рис. 5.18, 5.20) для чувствительности данного эксперимента, достигаемой за сутки, получим:

$$\sigma(F_{\text{ext}}) \approx 2,2 \cdot 10^{-9} \frac{0,03}{\sqrt{0,02 \cdot 86400}} \frac{\text{эВ}}{\text{см} \cdot \text{сут}} \sim 2 \cdot 10^{-12} \frac{\text{эВ}}{\text{см} \cdot \text{сут}} = 2 \cdot 10^{-3} m_n g_3 \frac{1}{\text{сут}}.$$

## 5.9. Возможное применение двухкристаллической схемы дифракции для измерения отношения гравитационной и инертной масс нейтрона

Оптимизация установки с использованием вместо одиночных щелей многощелевых коллимирующих систем и использование источников холодных нейтронов с высокими потоками (таких как, например, запланированный на реакторе ПИК со спектральной плотностью потока нейтронов

$\sim 5 \cdot 10^8$  нейтрон/Å · см<sup>2</sup> · с) позволяют, в принципе, использовать щели размером  $\sim 0,1$  мм и углы Брэгга до  $88^\circ$ , при этом скорость счета нейтронов от одной выходной щели может достигать 50 нейтрон/с, что в результате дает улучшение чувствительности примерно в 16 000 раз.

Многощелевой вариант (например, 100 щелей) дает увеличение чувствительности еще на порядок. Таким образом, в принципе достижима чувствительность на уровне

$$\sigma(F_{\text{ext}}) \approx 1,3 \cdot 10^{-17} \frac{\text{эВ}}{\text{см} \cdot \text{сут}} = 1,3 \cdot 10^{-8} m_n g_3 \frac{1}{\text{сут}}, \quad (5.71)$$

так что за 100 дней накопления статистики можно статистическую ошибку довести до  $1,3 \cdot 10^{-9} m_n g_3$ . Такая чувствительность позволяет улучшить ограничение на величину отличия от единицы отношения гравитационной и инертной масс нейтрона, измеряя разницу между силой инерции и гравитационной силой, см. (5.38)–(5.40), величина которой испытывает суточные колебания (см. рис. 5.22).

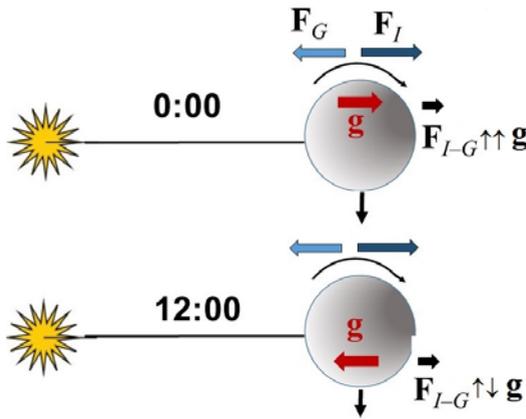


Рис. 5.22. Показана ориентация установки (кристалла) относительно Солнца:  $\mathbf{g}$  – вектор обратной решетки кристалла. Для простоты: здесь ось вращения Земли параллельна оси ее движения вокруг Солнца

Напомним:

$$F_{I-G} \equiv F_I - F_G = \frac{(m_{nl} - m_{nG})GM_S}{R_0^2} \equiv \left( \frac{m_{nl}}{m_{nG}} - 1 \right) F_{GS},$$

где

$$F_{GS} = G \frac{m_{nG} M_S}{R_0^2} = 6 \cdot 10^{-13} \text{эВ/см} \approx 6 \cdot 10^{-4} m_n g_3.$$

Так что чувствительность (5.71) соответствует приведенной выше (5.40) точности

$$\sigma(m_{nl} / m_{nG}) \sim 2 \cdot 10^{-6},$$

которую можно получить за 100 дней измерений, что лучше, чем современное значение [136], приблизительно на два порядка.

### 5.10. Вращение спина нейтрона при дифракции по Лауэ в слабо деформированном прозрачном кристалле без центра симметрии

Как мы уже отмечали ранее (см. части 1 и 2), в кристаллах, в которых отсутствует центр симметрии, при движении нейтрона в условиях, близких к брэгговским для некоторых систем кристаллографических плоскостей, на него может действовать сильное электрическое поле, которое зависит от величины параметра отклонения от условия Брэгга и в состояниях (1) и (2) имеет противоположный знак:

$$\mathbf{E}_g^{(1,2)} = \langle \Psi^{(1,2)} | \mathbf{E}(\mathbf{r}) | \Psi^{(1,2)} \rangle = \pm \frac{\nu_g^E \mathbf{g} \sin \phi_g^E}{\sqrt{1+w_g^2}} \equiv \pm \frac{\mathbf{E}_g}{\sqrt{1+w_g^2}}. \quad (5.72)$$

Взаимодействие нейтрона с этими полями за счет наличия у него магнитного момента (швингеровское взаимодействие) имеет вид

$$V_g^{S(1,2)}(\boldsymbol{\sigma}) = \mp \boldsymbol{\mu}_n \mathbf{H}_g^S \equiv \mp \frac{\boldsymbol{\mu}_n \boldsymbol{\sigma} [\mathbf{E}_g \times \mathbf{v}_{\parallel}]}{c \sqrt{1+w_g^2}} = \mp \nu_g^E \frac{\boldsymbol{\mu}_n \boldsymbol{\sigma} [\mathbf{g} \times \mathbf{v}_{\parallel}]}{c \sqrt{1+w_g^2}} \sin \phi_g^E, \quad (5.73)$$

где знаки « $\leftarrow$ » и « $\rightarrow$ » относятся к волнам, отвечающим, соответственно, первой и второй ветвям дисперсионной поверхности. Оно приводит к прецессии спина нейтрона вокруг направления швингеровского магнитного поля.

При точном выполнении условия Брэгга при дифракции по Лауэ обе волны, (1) и (2), в кристалле возбуждаются с одинаковой вероятностью и распространяются вдоль кристаллографических плоскостей (их траектории Като параллельны, и волновые пакеты перекрываются). В прозрачном кристалле затухание обеих волн отсутствует, так что наличие таких полей приведет к тому, что ровно у половины нейтронов в кристалле спины повернутся в одну сторону, а у другой половины – в противоположную, причем на одинаковый угол, то есть к деполяризации пучка нейтронов, первоначально поляризованного перпендикулярно швингеровскому полю. Поворота же спина не будет. Ситуация изменяется, как отмечалось выше в разделе 4.1, в поглощающем кристалле при наличии эффекта Бормана, а в прозрачном кристалле при наличии внешней силы или деформации кристалла, тогда по

мере продвижения нейтрона вглубь кристалла будут изменяться амплитуды (интенсивности) и направления токов волн разного типа. В этом случае на выходе из кристалла может остаться, например, только одна волна, в которой спин нейтрона будет повернут в ту или иную сторону относительно первоначального направления.

Эффект поворота спина нейтрона за счет швингеровского взаимодействия при дифракции по Лауэ в прозрачном нецентросимметричном кристалле был впервые обнаружен в тестовом эксперименте [145] по поиску ЭДМ нейтрона дифракционным методом. Эффект был обусловлен наличием небольшой деформации кристалла, обусловленной его собственным весом. В этой работе измерялась компонента поляризации спина нейтрона, параллельная  $\mathbf{H}_g^S$ , которая появляется в результате дополнительного поворота спина нейтрона за счет взаимодействия его ЭДМ с электрическим полем нецентросимметричного кристалла. Поворот же спина нейтрона, связанный со швингеровским взаимодействием, мог привести к ложному эффекту, и его изучение является необходимым для исключения систематических ошибок в экспериментах такого рода.

Далее будет дано описание эффекта поворота спина нейтрона за счет швингеровского взаимодействия в зависимости от параметра деформации кристалла, который можно плавно изменять, например, нагревая и охлаждая различные части кристалла (детальнее см. [122]).

Эффект возникает, если в процессе дифракции изменяется параметр отклонения от условия Брэгга, что может быть обусловлено как изменением межплоскостного расстояния, так и длины волны самого нейтрона (например, в поле тяжести или другой внешней силы). При отклонении от точного брэгговского условия кроме изменения амплитуд блоховских волн разного типа нарушается также баланс прямой и отраженной волн в каждом из состояний  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$ . В результате распространение нейтронов в этих состояниях будет происходить не вдоль кристаллографических плоскостей, а между направлениями прямой и отраженной волн. При углах дифракции, близких к  $90^\circ$ , и малых отклонениях от точного угла Брэгга амплитуды состояний (1) и (2) меняются незначительно, а направления плотностей токов нейтронов в каждом из этих состояний может меняться весьма существенно. В общем случае оно меняется от направления начального волнового вектора нейтрона  $\mathbf{k}$  до направления отраженного плоскостями пучка  $\mathbf{k} + \mathbf{g}$  (см. формулы (2.15)–(2.17) и рис. 2.1). Даже при малом отклонении в пределах дарвиновской ширины  $\Delta\lambda_B$  ( $\Delta\lambda_B/\lambda \sim 10^{-5}$ ) длины волны нейтрона (или межплоскостного расстояния) направления токов (наклоны траекторий Като) могут измениться весьма существенно.

Траектории Като в слабо деформированном кристалле для нейтронов в состояниях (1) и (2) описываются дифференциальным уравнением (5.20). Для случая постоянного градиента межплоскостного расстояния (5.21):

$$d = d_0 + \Delta d = d_0(1 + \zeta x), \quad \Delta d = d_0 \zeta x,$$

Они имеют вид (5.23)

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \mp \frac{c_0^2 g_0 \zeta}{2m_0} = \frac{\pi c_0^2 \zeta}{d_0 m_0} \equiv \mp \frac{c_0}{m_0} f_K,$$

где  $f_K$  – сила Като. В данном случае она равна (см. (5.24))

$$f_K = \frac{1}{2} c_0 g_0 \zeta = \frac{\pi c_0}{d_0} \zeta.$$

Для случая же квадратичной деформации, то есть

$$d = d_0 + \Delta d = d_0(1 + \xi x^2), \quad \Delta d = d_0 \xi x^2, \quad (5.74)$$

из (5.20) следует:

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \mp \frac{c_0^2 g_0 \xi}{m_0} x = \mp \frac{2\pi c_0^2 \xi}{d_0 m_0} x \equiv \mp \frac{c_0}{m_0} f_K, \quad (5.75)$$

и траектория нейтрона будет определяться силой Като:

$$f_K = c_0 g_0 \xi x = \frac{2\pi c_0}{d_0} \xi x. \quad (5.76)$$

В результате оказывается, что для нейтронов в одном из состояний силы Като направлены к центру кристалла ( $x = 0$ ), а для другого состояния – от центра. Таким образом, волны одного типа будут фокусироваться, а второго – наоборот, дефокусироваться, что приведет к различию в их интенсивностях на выходе из задней грани кристалла. Причем если мы изменим знак параметра деформации  $\xi$ , то волны поменяются местами. В нецентросимметричном кристалле эти две волны будут находиться в противоположных электрических и, соответственно, швингеровских магнитных полях. Спины нейтрона для них будут вращаться в противоположные стороны и после прохождения кристалла кварца толщиной  $L_0 = 3,5$  см для плоскости (110) будут направлены противоположно. Таким образом, изменение знака параметра деформации кристалла должно привести к изменению спинового состояния прошедшей через кристалл продифрагировавшей волны.

Нетрудно видеть, что правая часть уравнения (5.75) пропорциональна  $\text{tg}^2 \theta_B$  ( $c_0 = \text{tg} \theta_B$ ). Величина  $\text{tg}^2 \theta_B$  может достигать значений 10–30 при  $\theta_B \sim 84\text{--}87^\circ$ , и, таким образом, влияние малых деформаций на траекторию нейтрона может быть усилено на 2–3 порядка величины в сравнении с обычными углами дифракции ( $\theta_B \sim 45^\circ$ ).

Рассчитанные траектории Като нейтрона в кристалле, деформированном градиентом температуры  $\Delta T = 10^{-3}$  К/см, для разных, слегка отличающихся от брэгговского (в пределах угловой ширины), направлений падения нейтронов на центральную область кристалла, показаны на рис. 5.23.

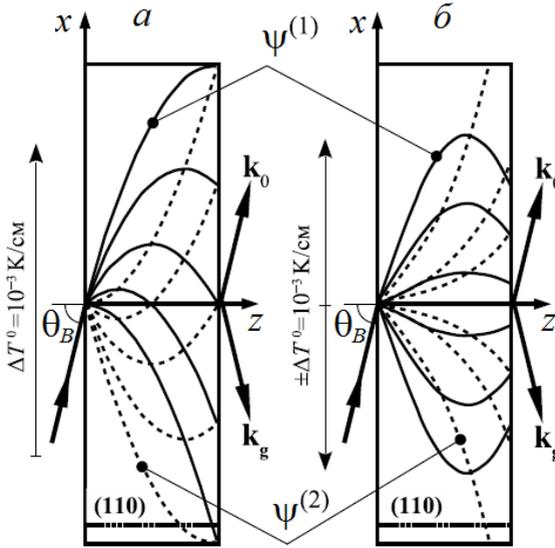


Рис. 5.23. Пример рассчитанных траекторий Като нейтрона в кристалле от его центральной области при дифракции на плоскости (110) кристалла кварца (угол Брэгга  $\theta_B = 86^\circ$ ), деформированного градиентом температуры  $\Delta T = 10^{-3}$  К/см вдоль оси x: *a* – линейный градиент вдоль оси x,  $d = d_0(1 + \zeta x)$ ; *б* – градиент направлен вдоль оси x от центра кристалла к его верхнему и нижнему краям,  $d = d_0(1 + \xi x^2)$

Расчет соответствует реальным размерам кристалла:  $H = 140$  мм,  $L = 35$  мм. Заметим, что в данном случае при  $H/2L \ll \text{tg } \theta_B \approx 14$  параметр отклонения от условия Брэгга  $w \approx \text{tg } \alpha / \text{tg } \theta_B$ , см. (2.18), где  $\alpha$  – угол начального наклона траектории Като к оси z.

Из рисунка 5.23 следует, что уже при таких малых, указанных, деформациях потоки нейтронов для двух блоховских волн расходятся в середине кристалла на несколько сантиметров. Эти расчеты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

### 5.11. Экспериментальная установка

Экспериментальная установка для изучения дифракции по Лауэ в слабо деформированном кристалле при больших углах Брэгга была смонти-

рована на пучке № 2 реактора ВВР-М [122]. Измерения проводились на прямом продифрагировавшем пучке нейтронов. Принципиальная схема установки (вид сверху) показана на рис. 5.24.

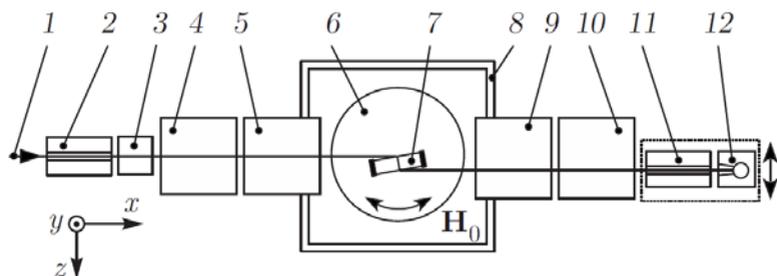


Рис. 5.24. Схема установки: 1 – неполяризованный пучок нейтронов; 2, 11 – поляризующие зеркальные многослойные нейтронотводы (поляризатор и анализатор); 3 – поликристаллический фильтр BeO (120 мм); 4, 10 – катушки с ведущим магнитным полем  $\sim 4$  Гс; 5, 9 – вращающие спин трехкоординатные катушки (ориентирующая и анализирующая); 6 – поворотный стол; 7 – узел кристалла; 8 – магнитный экран; 12 – детектор нейтронов в защите

Неполяризованный пучок нейтронов 1 проходит через зеркальный многослойный нейтронотвод-поляризатор 2, где задается начальная поляризация пучка в направлении  $x$ , перпендикулярном плоскости рисунка. Степень исходной поляризации пучка составляла  $P_0 = 85\%$ . Ширина пучка после поляризатора такова, что он «засвечивает» около 5 см входной грани кристалла вблизи ее середины, так что вклад в интенсивность продифрагировавшего пучка (рис. 5.24) будут давать нейтроны, траектории Като которых исходят из всей этой области. Для уменьшения фона от нейтронов, которые могут попасть в детектор после отражений от других плоскостей кристалла и от рабочей плоскости в более высоких порядках дифракции, за поляризатором установлен поликристаллический фильтр нейтронов 3 из окиси бериллия (BeO) толщиной 120 мм, пропускающий нейтроны с длиной волны  $\lambda > 4,7 \text{ \AA}$ .

Далее пучок, проходя через катушку с ведущим магнитным полем 4 и вращающую спин ориентирующую трехкоординатную катушку 5, попадает на узел кристалла 7, который находится на поворотном столе 6 внутри двухслойного магнитного экрана 8. Поворотный стол позволяет поворачивать узел кристалла в горизонтальной плоскости на  $360^\circ$  и тем самым менять угол Брэгга  $\theta_B$ . Поле внутри магнитного экрана  $H_0 < 0,01$  Гс. Продифрагировавший пучок нейтронов, выходя из кристалла, проходит через анализирующую вращающую спин трехкоординатную катушку 9, затем катушку ведущего поля 10 и, проходя через зеркальный многослойный нейтронотвод-анализатор 11, регистрируется  $^3\text{He}$ -детектором 12, расположенным на

подвижной платформе. Для уменьшения фонового излучения детектор окружен комбинированной защитой из борированного полиэтилена и кадмия.

Вращающие спин трехкоординатные катушки 5 и 9 представляют собой немагнитные каркасы размерами  $200 \times 200 \times 200 \text{ мм}^3$ , на которые проводом из алюминия диаметром 1 мм ортогонально намотаны по три однослойные катушки. При пропускании тока ( $I_{\text{max}} = \pm 0,1 \text{ А}$ ) в катушках в районе пучка создается однородное магнитное поле в диапазоне 0–1 Гс. Катушки находятся в цилиндрических магнитных экранах из пермаллоя толщиной 10 мм. Направление вектора поляризации  $\mathbf{P}$ , изначально заданного поляризатором 2 и катушкой ведущего поля 4 вдоль оси  $x$ , можно поворачивать катушкой 5 в любом направлении.

Комбинированием токов в катушках 5 и 10 совместно с нейтронотом-анализатором можно измерять все три компоненты поляризации,  $P_x$ ,  $P_y$  и  $P_z$ , на выходе из магнитного экрана. Более детально схема узла кристалла показана на рис. 5.25.

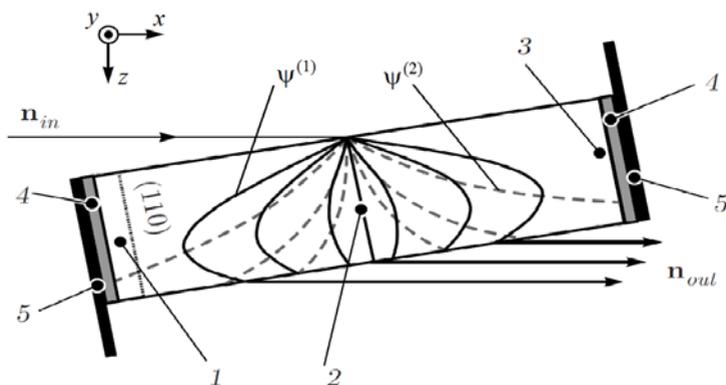


Рис. 5.25. Схема узла кристалла: 1–3 – точки измерения температуры кристалла; 4 – элементы Пельтье; 5 – поглотители нейтронов;  $\mathbf{n}_{in}$  и  $\mathbf{n}_{out}$  – направления, соответственно, падающих и продифрагировавших нейтронов. Внутри кристалла сплошными линиями обозначены траектории Като фокусированной волны (1), штриховыми – дефокусированной волны (2)

Размеры кристалла кварца составляют  $140 \times 35 \times 140 \text{ мм}^3$  ( $H = 140 \text{ мм}$ ,  $L = 35 \text{ мм}$ ). Рабочая плоскость отражения (110) с межплоскостным расстоянием  $d = 2,456 \text{ \AA}$ . Коэффициент теплового расширения кварца в направлении вектора обратной решетки для этой плоскости равен  $1,3 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$  [146].

На торцах кристалла по всей их площади размещаются нейтронные поглотители и элементы Пельтье, которые создают требуемое распределение температур на кристалле. Изменением направления тока в элементах

можно нагревать или охлаждать торцы кристалла. Расчеты с использованием пакета COMSOL показали, что в условиях эксперимента и естественной конвекции воздуха при одновременном нагревании торцов распределение температур по оси  $x$  внутри кристалла с хорошей точностью имеет квадратичный характер. При нагревании одного из торцов и охлаждении другого распределение получается линейным.

Во время эксперимента контроль температуры осуществлялся тремя датчиками на торцах и в центре кристалла. Электрическое поле кристалла  $\pm \mathbf{E}_g$  направлено вдоль вектора обратной решетки, перпендикулярно рабочим плоскостям (ось  $x$  на рис. 5.23), соответственно, швингеровское магнитное поле  $\pm \mathbf{H}_g^S$  направлено вдоль оси  $y$  (заметим, что на рис. 5.24 и 5.25 оси  $x$  и  $z$  слегка повернуты вокруг оси  $y$  относительно осей, используемых на рис. 5.23).

На рисунке 5.25 внутри кристалла *сплошными линиями* обозначены траектории Като фокусированной волны  $\psi^{(1)}$ , а *штриховыми* – дефокусированной волны  $\psi^{(2)}$  для случая, когда градиент направлен от центра кристалла к его граням и где установлены элементы Пельтье.

Внешнее магнитное поле в районе установки кристалла  $\mathbf{H}_0 \ll \mathbf{H}_g^S$ , поэтому им можно пренебречь. Для исследования эффекта вращения спина внутри кристалла вектор начальной поляризации с помощью ориентирующей катушки 5 (см. рис. 5.24) направлялся вдоль оси пучка  $x$ , то есть перпендикулярно швингеровскому магнитному полю  $\mathbf{H}_g^S$  (ось  $y$ ), а измерялись компоненты поляризации  $P_z$  и  $P_x$  вдоль осей  $z$  и  $x$ .

Механизм возникновения поляризации иллюстрируется на рис. 5.26. Здесь  $N_i$  и  $N_f$  – нормированные на интенсивность начальная и конечная поляризации. При равенстве регистрируемых детектором интенсивностей волн  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$ , возбуждаемых в кристалле, конечная поляризация определяется только поворотом спина нейтронов на угол  $\pm \phi_S$  (рис. 5.26а), и, независимо от величины угла поворота спина, компонента  $z$ -поляризации на выходе из кристалла будет равна нулю.

Поляризация в направлении  $z$  возникает из-за неравенства регистрируемых детектором интенсивностей, когда одна из волн дефокусируется и часть нейтронов выходит через торцевые поверхности кристалла с поглотителями. Вследствие этого часть интенсивности дефокусированной волны теряется. На рисунке 5.26б приведен вариант, когда интенсивность волны  $\psi^{(2)}$ , регистрируемой детектором, больше чем интенсивность волны  $\psi^{(1)}$ . На рисунке 5.26в ситуация противоположная: интенсивность волны  $\psi^{(1)}$  больше интенсивности волны  $\psi^{(2)}$ .

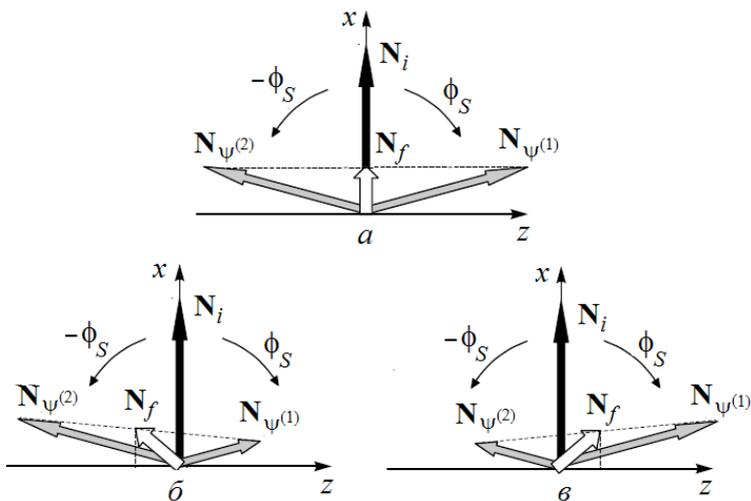


Рис. 5.26. Механизм возникновения компоненты поляризации  $P_z$ .  $\mathbf{N}_i$  и  $\mathbf{N}_f$  – нормированные на интенсивность начальная и конечная поляризации;  $\mathbf{N}_{\psi^{(1)}}$  и  $\mathbf{N}_{\psi^{(2)}}$  – нормированные на интенсивность поляризации волн  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$ . Интенсивности волн  $\psi^{(1)}$  и  $\psi^{(2)}$  равны  $I_{\psi^{(1)}} = I_{\psi^{(2)}}$  (а);  $I_{\psi^{(1)}} < I_{\psi^{(2)}}$  (б);  $I_{\psi^{(1)}} > I_{\psi^{(2)}}$  (в)

### Результаты измерений

На рисунке 5.27 показана зависимость интенсивности продифрагировавших нейтронов от величины квадратичной деформации, когда  $d = d_0(1 + \xi z^2)$ .

Рост интенсивности с увеличением параметра деформации  $\xi$  связан с увеличением кривизны траекторий Като. При увеличении кривизны фокусироваться (то есть давать вклад в увеличение интенсивности этого типа нейтронных волн) могут новые траектории с увеличивающимися углами наклона  $\alpha$ , которые могут превысить  $\arctg(H/2L)$ , в принципе, вплоть до  $\theta_B$ , см. рис. 5.23, 5.25 (то есть могут фокусироваться нейтроны, падающие на кристалл под углами в пределах практически всей брэгговской ширины). Дефокусироваться (что приводит к уменьшению интенсивности волн соответствующего типа) могут лишь траектории из области  $\alpha \leq \arctg(H/2L)$ , то есть только нейтроны, падающие на кристалл под углами в пределах малой доли  $H/(2L \operatorname{tg} \theta_B)$  брэгговской ширины.

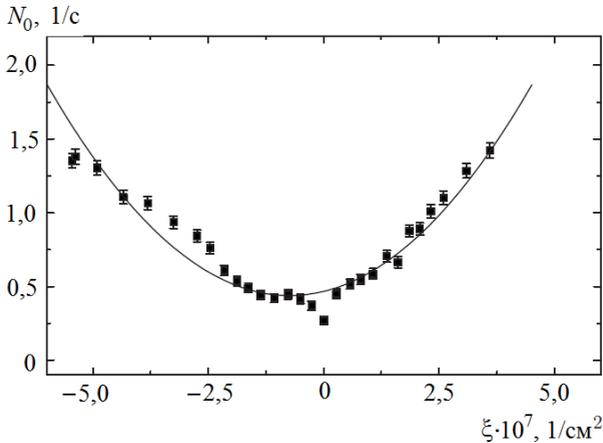


Рис. 5.27. Экспериментальная зависимость интенсивности продифрагировавших нейтронов от параметра  $\xi$  квадратичной деформации при  $\theta_B = 82^\circ$ . *Сплошная линия* – результат подгонки экспериментальных данных

На рисунке 5.27 приведен пример зависимости поляризации продифрагировавшего пучка от величины параметра квадратичной деформации кристалла  $\xi$ .

Следует отметить, что весь диапазон деформаций (см. рис. 5.28а) соответствует разнице температур между центром кристалла и его краями, равной  $\Delta T \approx \pm 2$  К. Таким образом, уже небольшая деформация кристалла, соответствующая  $\Delta T \approx 0,5$  К на всю длину кристалла, равную 14 см, приводит к изменению знака конечной поляризации пучка, то есть к фокусировке в центре одной и полной дефокусировке второй блоховских волн, в результате чего последняя выходит из кристалла через его торцы и останавливается поглотителями.

Кроме того, видно, что существенная деполяризация пучка происходит в очень небольшом диапазоне деформаций (имеется в виду ширина линии на рис. 5.28б). Остаточная поляризация в отсутствие деформации возникает из-за неточности поворота спина на угол  $\pm\pi/2$ , поскольку в кристалле распространяются не только волны, соответствующие точному выполнению условия Брэгга. Зависимость диапазона деформаций (ширины  $W_\xi$  линии), где наблюдается деполяризация пучка, то есть где интенсивности двух блоховских волн сравнимы по величине, от угла дифракции  $\theta_B$  показана на рис. 5.29. Как и следовало ожидать, ширина линии деполяризации уменьшается с увеличением угла Брэгга.

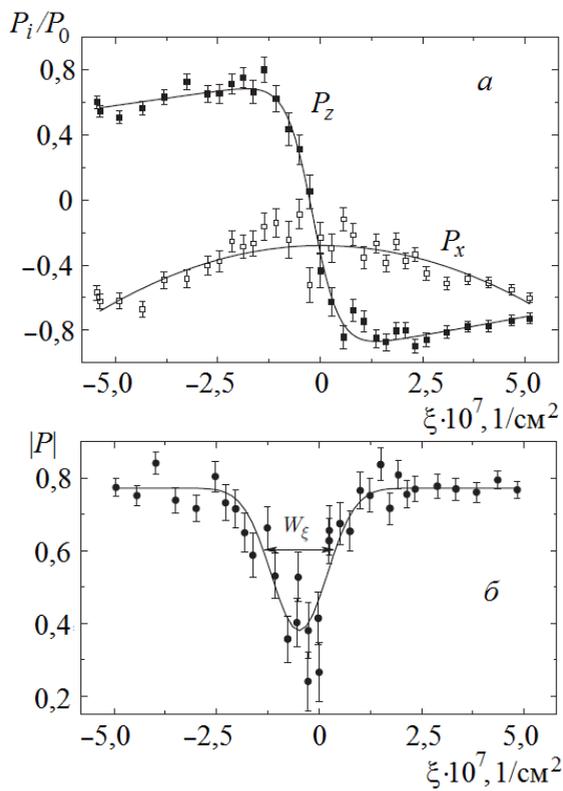


Рис. 5.28. Поляризация продифрагировавшего пучка в зависимости от величины  $\xi$  для угла  $\theta_B = 82^\circ$ : а – компоненты поляризации  $P_z$  и  $P_x$ ; б – модуль вектора поляризации  $|P|$ . Сплошные линии – результат подгонки

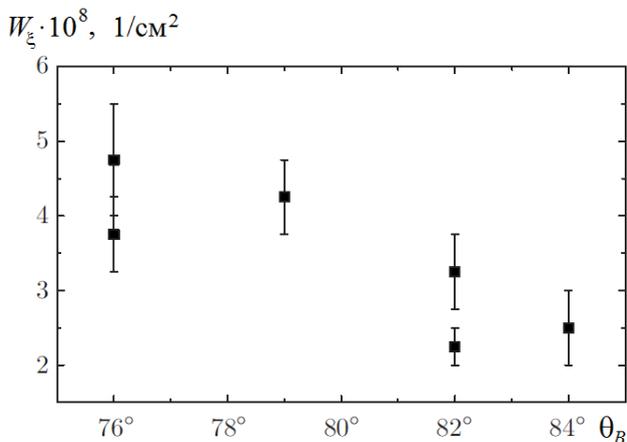


Рис. 5.29. Зависимость ширины линии  $W_\xi$ , изображенной на рис. 5.28б, то есть ширины зоны деполяризации пучка, от угла дифракции  $\theta_B$

Таким образом, развитая методика контролируемого деформирования совершенного монокристалла с помощью создания в нем градиента температуры дает новую возможность эффективного управления поляризацией продифрагировавших пучков (прямого и отраженного) нейтронов (например, при определенной толщине кристалла можно изменять ее знак). Тем самым реализованы еще одна возможность определять электрические внутрикристаллические поля, действующие на нейтрон в кристаллах без центра симметрии, путем измерений одной из компонент спина в направлении, перпендикулярном первоначальной поляризации пучка, а также возможность управлять этими полями в экспериментах по изучению фундаментальных свойств нейтрона.

## Часть 6. ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРНОГО СОВЕРШЕНСТВА МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

### ВВЕДЕНИЕ

Возможность проведения всех обсуждавшихся выше дифракционных и нейтронно-оптических экспериментов по исследованию фундаментальных свойств и взаимодействий нейтрона подразумевает высокие требования к свойствам используемых монокристаллов.

В частности, для достижения рекордных чувствительностей указанных экспериментов нейтрон должен как можно дольше находиться внутри кристалла, как за счет толщины кристалла, так и за счет больших углов дифракции. Это означает, что ядра атомов кристаллов должны иметь малое сечение поглощения нейтронов (длины поглощения должны быть по крайней мере  $L_a \sim 30\text{--}50$  см или больше).

Кроме того, используемые кристаллы должны быть практически идеальными. Это означает, что разброс в межплоскостном расстоянии  $\Delta d = d - d_0$  или разброс в соответствующих значениях брэгговской длины волны  $\lambda_B - \lambda_{B0}$  по всему объему кристалла должны быть существенно меньше брэгговской ширины отражения по длине волны  $\Delta\lambda_B$ :  $\lambda_B - \lambda_{B0} \ll \Delta\lambda_B$ . В противном случае этот разброс приведет к добавочным неконтролируемым изменениям параметра отклонения от условия Брэгга и соответствующим изменениям направлений траекторий Като, то есть к ухудшению разрешения в экспериментах по измерению электрического заряда нейтронов и исследованию его гравитационного взаимодействия, а в опыте по измерению ЭДМ нейтрона – к уменьшению величины электрического поля, действующего на нейтрон в кристалле.

Действительно, как мы видели в части 1, величина электрического поля, действующего на нейтрон в кристалле без центра симметрии, зависит от безразмерного параметра отклонения от условия Брэгга  $w_g$  (при  $w_g > 1$ ):

$$E \approx \frac{E_g}{w_g} = \frac{\gamma_B}{\theta - \theta_B} = E_g \frac{2\Delta\lambda_B}{\lambda - \lambda_B}, \quad (6.1)$$

где  $\gamma_B$  – угловая брэгговская (дарвиновская) ширина,  $\Delta\lambda_B$  – брэгговская ширина отражения в длинах волн (см. (2.70)),  $E_g$  – электрическое поле, действующее на нейтрон в идеальном кристалле при точном выполнении условия Брэгга.

Характерные брэгговские ширины для тепловых или холодных нейтронов имеют порядок  $\Delta\lambda_B/\lambda \sim 10^{-5}$ , то есть для того чтобы величина электрического поля, действующего на нейтрон, существенно не менялась внутри кристалла, необходимо иметь  $\Delta d/d \ll 10^{-5}$  по всему объему кристалла.

В настоящее время этим требованиям удовлетворяют лишь кристаллы кварца ( $\text{SiO}_2$ ), кремния (Si) и, может быть, кальцита ( $\text{CaCO}_3$ ). В эксперименте по поиску ЭДМ нейтрона нейтронно-оптическим методом (см. раздел 4.3 и [96]) планируется использовать нецентросимметричный кристалл кварца, состоящий из нескольких блоков, совокупным размером  $100 \times 100 \times 500 \text{ мм}^3$ . Учитывая, что разброс межплоскостного расстояния должен быть  $\Delta d/d \ll 10^{-5}$  по всему объему кристалла, изготовление и контроль совершенства блоков такого составного кристалла является достаточно сложной задачей.

Однако предложенная для поиска ЭДМ нейтрона данным методом двухкристалльная схема эксперимента (см. выше рис. 4.9) одновременно позволила развить новый метод относительного измерения межплоскостных расстояний с точностью  $\Delta d/d \sim 10^{-7}$ . Метод основан на прохождении нейтронов через исследуемый кристалл под углами  $\sim 90^\circ$  (то есть перпендикулярно его отражающим плоскостям) при энергиях, близких к брэгговским [147], и последующем отражении прошедшего пучка от реперного высокосовершенного кристалла. Основные преимущества данного метода, по отношению к существующим аналогам, заключаются в следующем.

1. Не требуется высокой точности предварительной угловой юстировки кристаллов.
2. Не требуется предварительной подготовки исследуемого кристалла, то есть образцы могут иметь любую форму и огранку.
3. Толщина исследуемого кристалла ограничена только длиной поглощения нейтрона и может достигать  $\sim 50 \text{ см}$ .
4. Относительная точность измерения межплоскостного расстояния может превосходить  $\Delta d/d \sim 10^{-7}$ .
5. Сравнительно невысокая стоимость экспериментального оборудования, необходимого для проведения таких исследований.

## 6.1. Описание метода

Суть метода заключается в следующем. Напомним идею эксперимента по поиску ЭДМ нейтрона (раздел 4.3) при падении нейтронов на кристалл под углом  $\sim 90^\circ$  к его отражающим плоскостям [95–97] при энергиях, близких к брэгговским. Характерной особенностью дифракционного отражения при  $\theta_B \approx \pi/2$  является отсутствие дисперсии по углу падения.

Действительно, из хорошо известного закона Вульфа – Брэгга

$$\lambda = 2d \sin \theta_B, \quad (6.2)$$

где  $d$  – межплоскостное расстояние,  $\lambda$  – длина волны нейтрона,  $\theta_B$  – угол дифракции, при  $\theta_B = \pi/2 - \tilde{\theta}_B$  ( $\tilde{\theta}_B \ll 1$  – отличие угла Брэгга от прямого), следует:

$$\lambda = 2d \sin(\pi/2 - \tilde{\theta}_B) \approx 2d \left(1 - \frac{\tilde{\theta}_B^2}{2}\right), \quad (6.3)$$

то есть при отражении назад, когда нейтроны падают на кристалл под углом, приближающимся к  $\pi/2$  к отражающим плоскостям, дисперсия стремится к нулю:

$$\frac{d\lambda}{d\tilde{\theta}_B} \approx -2d\tilde{\theta}_B \xrightarrow{\tilde{\theta}_B \rightarrow 0} 0. \quad (6.4)$$

Последнее, как будет показано ниже, является очень важным обстоятельством для получения высокой точности измерения  $\Delta d$ .

Обычно для исследования параметров элементарной ячейки кристалла используют двухкристальную схему эксперимента (рис. 6.1а, б) в параллельном (бездисперсионном) положении кристаллов.

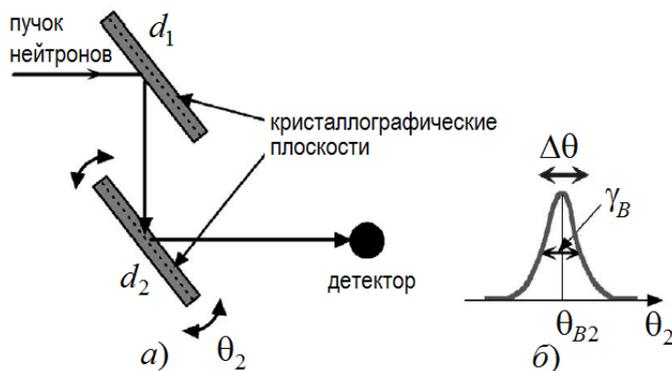


Рис. 6.1. Двухкристальная схема эксперимента:  $d_1$  и  $d_2$  – межплоскостное расстояние двух разных кристаллов (а); кривая качания (б)

Узкий пучок нейтронов непрерывного спектра падает на первый кристалл К1 под некоторым углом  $\theta_{B1}$ . Этот кристалл из всего спектра отражает только нейтроны с длиной волны, для которой этот угол является брэгговским (то есть  $\lambda_B = 2d_1 \sin \theta_{B1}$ ) в пределах брэгговской ширины  $\Delta\lambda_B$ . Далее

пучок уже монохроматических нейтронов падает на второй кристалл, причем под тем же углом  $\theta_{B1}$  к его отражающим плоскостям, если плоскости кристаллов K1 и K2 параллельны. При равенстве межплоскостных расстояний кристаллов K1 и K2 для второго кристалла также будет выполнено условие Брэгга, и он отразит этот пучок в направлении детектора. Если же межплоскостные расстояния не совпадают, то для получения дважды отраженного пучка второй кристалл нужно повернуть на некоторый угол так, чтобы для него также выполнилось условие Брэгга (для той же  $\lambda_B$ ), тогда и он отразит отраженные первым кристаллом нейтроны, которые будут зарегистрированы детектором.

Таким образом, поворачивая один из кристаллов и измеряя интенсивность дважды отраженного двумя кристаллами пучка в зависимости от угла поворота одного из кристаллов, получим так называемую кривую качания. Из углового положения максимума этой кривой можно получить разницу в межплоскостных расстояниях двух кристаллов. Положение этого максимума определяется условием  $\lambda_B = 2d_1 \sin \theta_{B1} = 2d_2 \sin \theta_{B2}$ .

При обычных углах дифракции ( $\theta_B \sim \pi/4$ ) угол поворота одного из кристаллов относительно другого (а также и разность межплоскостных расстояний) измеряется достаточно точно.

Однако нужно заметить, что для определения разницы  $\Delta d = d_1 - d_2$  нужно знать абсолютное значение  $\Delta\theta_B = \theta_{B1} - \theta_{B2}$ , что является весьма непростой технической задачей, так как речь идет об ориентации кристаллографических плоскостей, а не внешней огранки кристаллической пластины.

Например, оценки показывают, что для получения точности измерения  $\Delta d/d \sim 10^{-7}$  требуется наличие предварительной информации об ориентации кристаллографических плоскостей относительно огранки кристалла с точностью  $10^{-7}$  рад. Это соответствует  $\sim 0,02''$ , что находится на пределе современных технических возможностей и требует серьезных материальных затрат.

Рассматриваемый ниже метод измерения межплоскостных расстояний на основе прохождения нейтронов через исследуемый кристалл под углами  $\sim 90^\circ$  к отражающим плоскостям при энергиях, близких к брэгговским [147], позволяет обойти эту трудность.

Принципиальная схема спектрометра под  $\pi/2$  показана на рис. 6.2. Разница в величине межплоскостного расстояния двух кристаллов, K1 и K2, приводит к возникновению отраженного от второго кристалла K2 пучка нейтронов, который после отражения от полупрозрачного кристалла  $K_{mos}$  (например, из пиролитического графита) регистрируется детектором.

Дополнительный мозаичный кристалл  $K_{mos}$ , с коэффициентом отражения равным  $\sim 50\%$ , необходим для направления пучка нейтронов, прошедших сквозь первый и отраженных вторым кристаллом, на детектор.

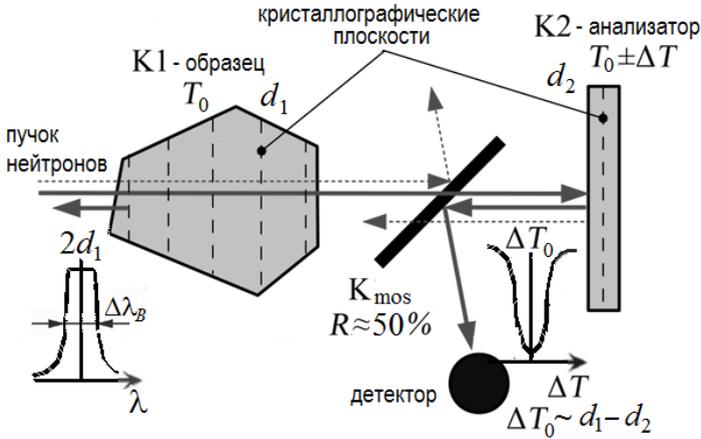


Рис. 6.2. Принципиальная схема спектрометра обратного рассеяния

При падении нейтронов исследуемый кристалл-образец К1 под углом, близким к прямому к отражающим плоскостям,  $\theta_B = \pi/2 - \tilde{\theta}_B$  ( $\tilde{\theta}_B \ll 1$ ), нейтроны с длиной волны

$$\lambda_B = 2d_1 \sin\left(\pi/2 - \tilde{\theta}_B\right) \approx 2d_1 \left(1 - \frac{\tilde{\theta}_B^2}{2}\right) \quad (6.5)$$

полностью отражаются (практически назад) плоскостями кристалла К1 и не попадают на кристалл К2. Поэтому при равенстве  $d_1 = d_2$  второму кристаллу нечего отражать. Нейтроны с такой длиной волны могут пройти через первый кристалл и отразятся вторым кристаллом (при  $d_1 = d_2$ ), только если, например, повернуть первый кристалл так, чтобы брэгговская длина волны изменилась на величину половины брэгговской (дарвиновской) ширины  $\Delta\lambda_B/2$  отражения. Чтобы при перпендикулярном к плоскостям падении нейтронов на кристалл изменить брэгговскую длину волны на  $\Delta\lambda_B/2$ , угловое отличие от прямого угла должно равняться

$$\Delta\theta_B \approx \pm \sqrt{\frac{\Delta\lambda_B}{2d_1}} = \pm \sqrt{\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B}} \approx (0,3 - 1,0) \cdot 10^{-3}. \quad (6.6)$$

Таким образом, угловая ширина при углах Брэгга, стремящихся к прямому, определяется как

$$\gamma_B = 2\Delta\theta_B \approx 2\sqrt{\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B}}, \quad (6.7)$$

а не стремится к бесконечности, как следует из формулы (2.39). Тем не менее она велика, например, для плоскости (110) кристалла кварца, вместо  $\gamma_B \sim (1-2)''$  при  $\theta_B \sim 45^\circ$  получим  $\gamma_B \sim 0,5^\circ$ , то есть в 1 000 раз больше.

С другой стороны, через первый кристалл проходят нейтроны с длинами волн за пределами «дарвиновского столика» (см. рис. 2.14), то есть нейтроны с длинами волн  $|\lambda - \lambda_B| > \Delta\lambda_B/2$ , см. также рис. 6.3. Тогда, изменяя межплоскостное расстояние второго кристалла (например, за счет теплового расширения, охлаждая или нагревая его), можно добиться выполнения условия Брэгга этим кристаллом для нейтронов с длинами волн за пределами «столика Дарвина», которые уже могут пройти сквозь первый кристалл и зарегистрироваться детектором. Меняя температуру кристалла-анализатора, мы тем самым регулируем длину волны отражаемых им нейтронов и измеряем спектр прошедших через кристалл-образец нейтронов.

На рисунке 6.3. изображены полосы вблизи зависимостей  $\lambda = 2d \sin \theta_B$  с ширинами по  $\lambda$ , равными  $\Delta\lambda_B$ , при углах  $\theta_B$ , близких к  $\pi/2$ , для различных межплоскостных расстояний  $d$ , определяемых температурой кристалла.

Изменение температуры второго кристалла (K2, на рис. 6.2) приводит к изменению длины волны отраженного им пучка.

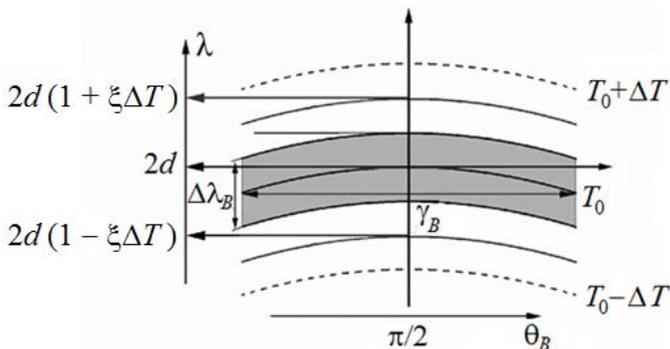


Рис. 6.3. Зависимость длины волны отраженных нейтронов от угла Брэгга для разных температур  $T = T_0 \pm \Delta T$  кристалла-анализатора K2 ( $T_0$  – температура K1). *Затемненная область* – область углов и длин волн нейтронов, которые полностью отражаются первым кристаллом и не попадают на второй кристалл. *Пунктирными линиями* выделены области длин волн нейтронов, проходящих сквозь первый кристалл, которые могут отразиться вторым кристаллом при соответствующем изменении его температуры

Характерная величина отношения брэгговской ширины к длине волны дифрагирующего нейтрона имеет порядок  $\Delta\lambda_B/\lambda \sim (10^{-6}-10^{-5})$ , в то же время коэффициент теплового расширения обычно также лежит в пределах  $\xi \sim (10^{-6}-10^{-5})$ , то есть изменение разницы температур двух кристаллов

на 1 К соответствует смещению длины волны отражаемого нейтрона на одну брэгговскую ширину.

Следует заметить, что отмеченное выше возрастание на три порядка угловой брэгговской ширины отражения  $\gamma_B$  при приближении угла дифракции к прямому существенно уменьшает требования к поворотным устройствам, необходимым для вращения кристаллов и облегчает их эксплуатацию. Кроме этого, на те же три порядка уменьшаются требования к точности выреза кристаллической пластины и к угловой мозаичности самого кристалла. Таким образом, для достижения точности в определении параметров элементарной ячейки на уровне  $\Delta d/d \sim 10^{-7}$  необходима точность юстировки ориентации кристаллографической плоскости на уровне  $10^{-4}$  рад, а не  $10^{-7}$  рад, как это было для  $\theta_B \sim 45^\circ$ , что принципиально упрощает ситуацию и позволяет провести данные исследования в простом и сравнительно недорогом эксперименте.

## 6.2. Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки и ее расположение на пучке нейтронов показаны на рис. 6.4.

Одна из основных проблем, определяющая точность измерения межплоскостного расстояния, заключается в угловой юстировке отдельных элементов установки. Действительно, пусть  $d_0$  и  $\theta_0$  – межплоскостное расстояние и ориентация (угол между направлением нейтронов и нормалью к отражающей плоскости кристалла, см. рис. 6.5) кристалла-анализатора (ноз. 15, рис. 6.4), а  $d_s \equiv d_0 + \Delta d$  и  $\theta_s$  – аналогичные параметры для исследуемого образца (ноз. 5, рис. 6.4). Тогда длины волн отражаемых этими кристаллами нейтронов с учетом малости  $\theta_0$  и  $\theta_s$  соответственно составят:

$$\lambda_s \approx 2d_s \left( 1 - \frac{\theta_s^2}{2} \right) \quad (6.8)$$

и

$$\lambda_0 \approx 2d_0 \left( 1 + \xi \Delta T \right) \left( 1 - \frac{\theta_0^2}{2} \right), \quad (6.9)$$

где  $\xi$  – коэффициент теплового расширения кристалла,  $\Delta T$  – разница температур образца и кристалла-анализатора.

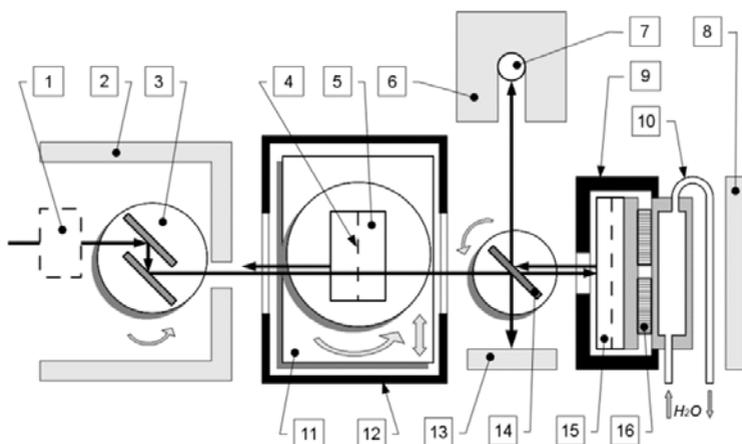


Рис. 6.4. Схема экспериментальной установки: 1 – поликристаллический фильтр высших порядков отражения (устанавливается по необходимости); 2 – защита из борированного полиэтилена; 3 – предварительный монохроматор нейтронов; 4 – положение кристаллографической плоскости; 5 – исследуемый образец; 6 – защита детектора; 7 – нейтронный детектор; 8 – ловушка прямого пучка нейтронов; 9 – корпус термостата отражателя; 10 – система водяного охлаждения; 11 – платформа горизонтального перемещения образца; 12 – корпус термостата образца; 13 – ловушка отраженного пучка нейтронов; 14 – мозаичный кристалл с коэффициентом отражения 50 %; 15 – кристалл-анализатор; 16 – элементы Пельтье для регулировки температуры анализатора

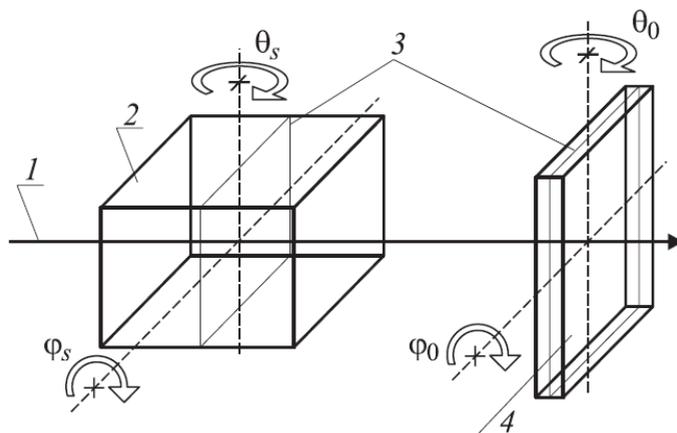


Рис. 6.5. Схема угловой юстировки кристаллов: 1 – пучок нейтронов; 2 – образец; 3 – отражающие плоскости; 4 – кристалл-анализатор

Из равенства длин волн  $\lambda_s = \lambda_0$ , регистрируемого как минимум интенсивности на детекторе (ноз. 7, рис. 6.4), получим:

$$\Delta d = d_0 \frac{\theta_s^2 - \theta_0^2 (1 + \xi \Delta T) + 2\xi \Delta T}{2 - \theta_0^2} \approx d_0 \left( \frac{\theta_s^2 - \theta_0^2}{2} + \xi \Delta T \right). \quad (6.10)$$

Таким образом, систематическая ошибка, обусловленная неточной угловой ориентацией кристаллов, составит:

$$\left( \frac{\delta d}{d} \right)_0 = \frac{\theta_s^2 - \theta_0^2}{2}. \quad (6.11)$$

### 6.2.1. Юстировка кристаллов

Как уже ранее подчеркивалось, в эксперименте по поиску ЭДМ нейтрона необходимо иметь кристалл с однородностью межплоскостного расстояния  $\Delta d \ll 10^{-5}$ . При этом кристалл предполагается собрать из 20 отдельных блоков (рис. 6.6). Таким образом, нужно иметь возможность измерить межплоскостное расстояние каждого кристалла относительно некоторого реперного образца с точностью, лучше чем  $\delta d/d \sim 10^{-6}$ , то есть систематическая ошибка (6.11) должна быть  $< 10^{-6}$ , что накладывает ограничение на точность юстировки кристаллов относительно пучка нейтронов. Нетрудно видеть, что  $\delta d/d \sim 10^{-6}$  соответствует  $\sigma(\theta_s) \approx \sigma(\theta_0) \sim 10^{-3}$  рад.

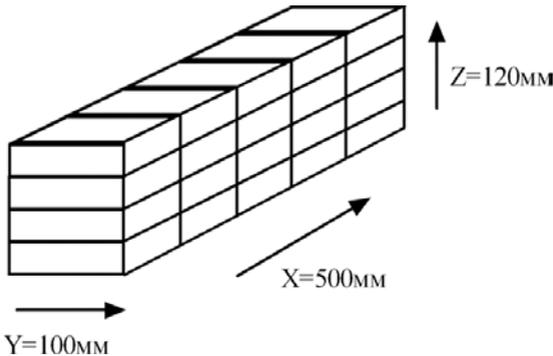


Рис. 6.6. Общий вид составного кристалла кварца, предполагаемого к использованию в ЭДМ-эксперименте. X, Y и Z – кристаллографические оси

В проведенном эксперименте процедура юстировки заключалась в одновременном сканировании образца по углам  $\varphi_s$  или  $\theta_s$  (рис. 6.5) и разнице температур  $\Delta T$ .

Для определенности рассмотрим процедуру юстировки по  $\theta_0$  (рис. 6.5). При  $\theta_0 \approx 0$  должна наблюдаться симметричная картина, пример которой приведен на рис. 6.7. Наличие разъюстировки кристалла-анализатора, то есть  $\theta_0 \neq 0$ , приводит к перекоосу картины. Пример такой ситуации показан на рис. 6.8. Количественное значение разъюстировки можно определить из результатов подгонки зависимости регистрируемой интенсивности от разницы температур  $\Delta T$  при различных углах ориентации кристалла  $\theta_S$  (рис. 6.9). Каждая кривая на рис. 6.9 характеризуется положением  $T_c$  и шириной  $w$ . Пример зависимостей  $T_c$  и  $w$  от угла  $\theta_S$  приведен на рис. 6.10, 6.11 соответственно. Данные зависимости получены при обработке данных, представленных на рис. 6.8, 6.9. Обе кривые на рис. 6.10, 6.11 хорошо описываются параболической зависимостью, и, при правильной юстировке, положение максимума  $\theta_T$  на кривой  $T_c(\theta_S)$  должно совпадать с положением минимума  $\theta_w$  на кривой  $w(\theta_S)$ . Количественной характеристикой разъюстировки кристалла-анализатора будет величина  $\Delta\theta_0 = \theta_T - \theta_w$ . Из рисунков 6.10 и 6.11 следует, что  $\Delta\theta_0 = (0,192 \pm 0,008)^\circ = (34 \pm 1,4) \cdot 10^{-4}$  рад.

Из (6.11) нетрудно получить, что это соответствует систематической ошибке в измерении межплоскостного расстояния  $(\delta d/d)_\theta \approx 0,6 \cdot 10^{-5}$ , что является недостаточно точным. Аналогичная процедура обработки данных, представленных на рис. 6.7, дает  $\Delta\theta_0 = (0,044 \pm 0,015)^\circ = (7,7 \pm 2,6) \cdot 10^{-4}$  рад, что приводит к ошибке в межплоскостном расстоянии  $(\delta d/d)_\theta \approx 3 \cdot 10^{-7}$ .

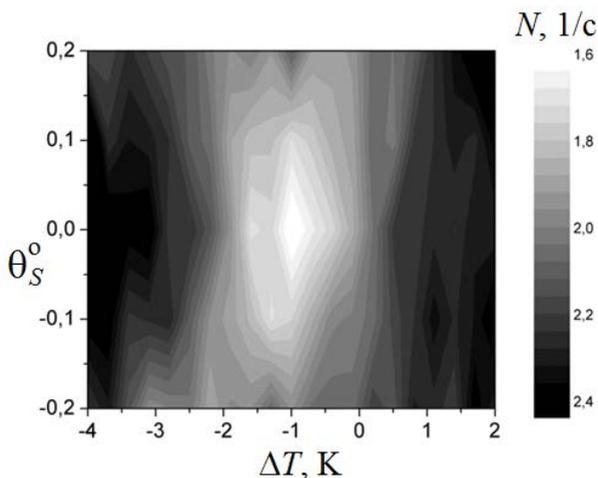


Рис. 6.7. Карта распределения интенсивности для случая  $\theta_0 \approx 0$

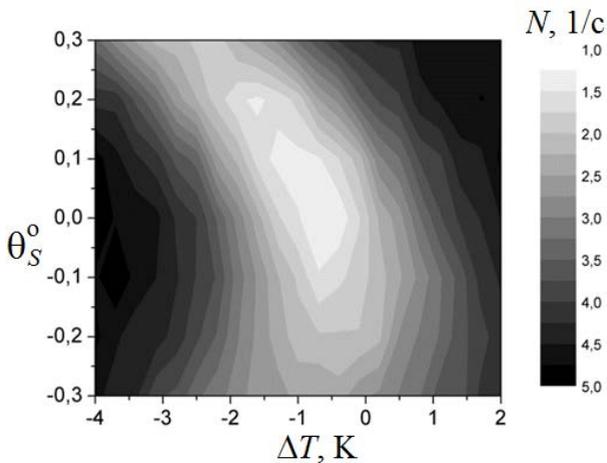


Рис. 6.8. Карта распределения интенсивности для случая  $\theta_0 \neq 0$

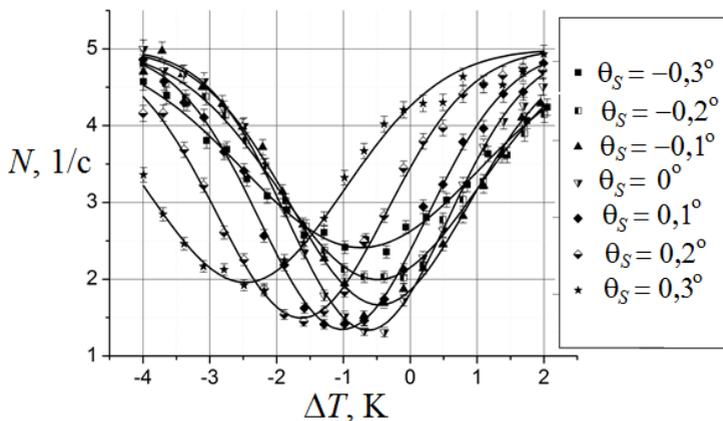


Рис. 6.9. Пример зависимости регистрируемой интенсивности от разницы температур двух кристаллов  $\Delta T$  при различных углах ориентации образца  $\theta_S$ .

Представленные кривые соответствуют данным, показанным на рис. 6.8

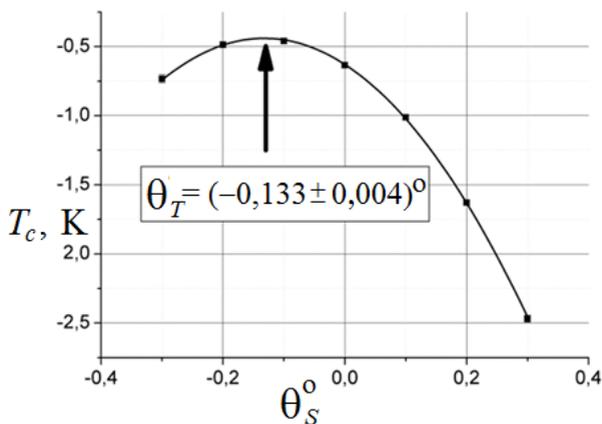


Рис. 6.10. Зависимость положения линии (см. рис. 6.9) от углового положения  $\theta_S$  исследуемого образца

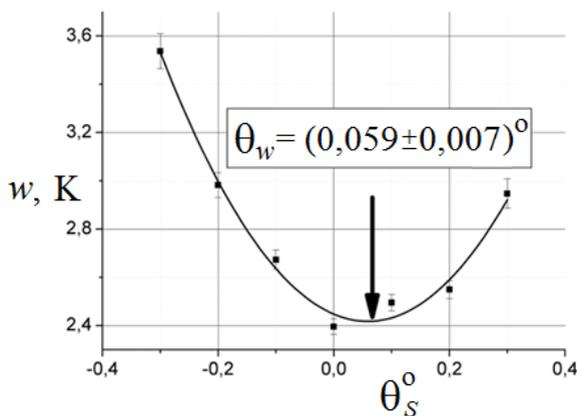


Рис. 6.11. Зависимость ширины линии (см. рис. 6.9) от углового положения  $\theta_S$  исследуемого образца

### 6.2.2. Система монохроматизации и вывода пучка

Рассмотрим более детально систему начальной монохроматизации пучка нейтронов из реактора (ноз. 3, рис. 6.4) и работу мозаичного кристалла-монохроматора с коэффициентом отражения  $R \sim 1/2$  (ноз. 4, рис. 6.4). В этих устройствах были использованы кристаллы пиролиитического графита (PG), плоскость (002) (межплоскостное расстояние  $d = 3,35 \text{ \AA}$ , структурная амплитуда рассеяния  $F_{(002)} = 26 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ ). Мозаичность кристаллов

(угловой разброс ориентации плоскостей блоков кристалла относительно средней ориентации) составляла  $\omega_{PG} \sim 1^\circ$ .

Итак, кристалл-монохроматор PG с коэффициентом отражения  $R$  (рис. 6.12) для нейтронов с длиной волны  $\lambda \approx 2d_2$ , определяемой межплоскостным расстоянием кристалла-анализатора, пропускает часть нейтронов (прошедших через кристалл-образец) в соответствии со своим коэффициентом пропускания, равным  $1 - R$ , на кристалл-анализатор, который отражает их назад. Далее часть этих нейтронов снова отражается кристаллом PG с коэффициентом отражения  $R'$  и направляется в детектор.

В случае отражения нейтронов кристаллом-анализатором строго назад (при  $\theta_0 = 0$ , см. рис. 6.12)  $R = R'$ , и суммарный коэффициент пропускания системы от падающего пучка до детектора будет равен  $K_R = R(1 - R)$ . Нетрудно видеть, что данная величина имеет максимум, равный  $1/4$  при  $R = 1/2$ .

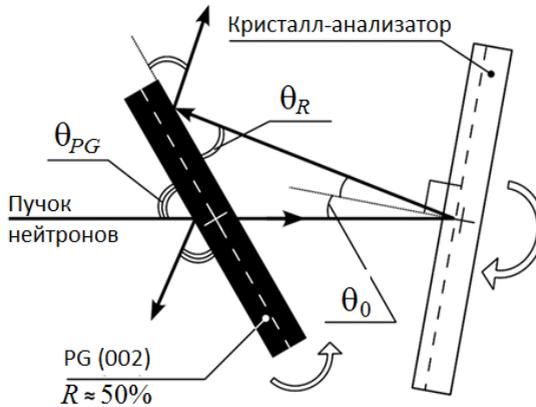


Рис. 6.12. Узел кристалла-отражателя

Рассмотрим общий случай, когда  $R \neq 1/2$  и  $\theta_0 \neq 0$ . Будем считать, что кристалл пирографита (PG) состоит из кристаллитов (блоков мозаики), ориентация плоскостей которых распределена случайным образом вблизи некоторого среднего, в данном случае, направления (002) по Гауссу с дисперсией (то есть с мозаичностью)  $\omega_{PG}$ . Тогда, если угловая дарвиновская ширина отражения  $\gamma_{PG} \ll \omega_{PG}$ , то зависимость коэффициента отражения нейтронов  $R$  от направления будет повторять форму распределения блоков мозаики [148].

Таким образом, для заданной длины волны

$$R(\Delta\theta) = R_0 e^{-2\left(\frac{\Delta\theta}{\omega_{PG}}\right)^2}, \quad (6.12)$$

где  $\Delta\theta = \theta_{PG} - \theta_B^{PG}$ ,  $\theta_B^{PG}$  – угол Брэгга для плоскости (002) PG, соответствующий длине волны нейтронов, отражаемых кристаллом-анализатором.

Полный коэффициент прохождения будет равен

$$K_R(\Delta\theta) = \left[ 1 - R_0 e^{-2\left(\frac{\Delta\theta}{\omega_{PG}}\right)^2} \right] R_0 e^{-2\left(\frac{\Delta\theta + 2\theta_0}{\omega_{PG}}\right)^2}. \quad (6.13)$$

Пример зависимости  $K_R(\Delta\theta)$  при различных  $R_0$  показан на рис. 6.13. При  $R_0 > 0,5$  возникает характерная двугорбая структура, связанная с тем, что при  $R > 0,5$  максимум  $K_R$  будет наблюдаться не при  $\Delta\theta = 0$ , а при таком значении  $\Delta\theta$ , когда  $R(\Delta\theta) = 0,5$ , то есть симметрично относительно нуля. На рисунке 6.14 приведена зависимость  $K_R(\Delta\theta)$  при  $R_0 = 0,8$  и различных ориентациях кристалла-отражателя, то есть при разных  $\theta_0$ . Видно, что при разных  $\theta_0$  начинает доминировать левый либо правый пик в зависимости от знака  $\theta_0$ .

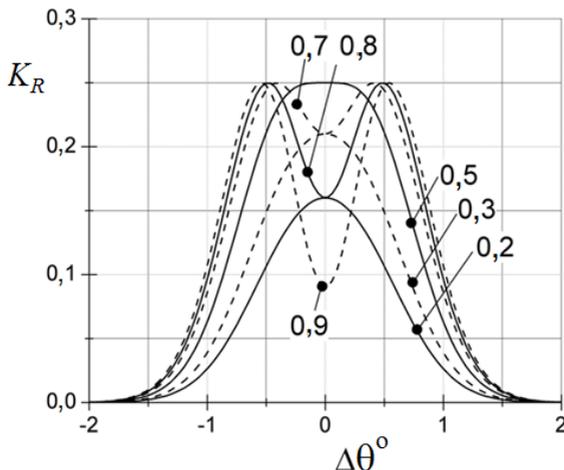


Рис. 6.13. Зависимость коэффициента пропускания  $K_R(\Delta\theta)$  узла кристалла-анализатора (рис. 6.12) при различных  $R_0$  и  $\theta_0 = 0$

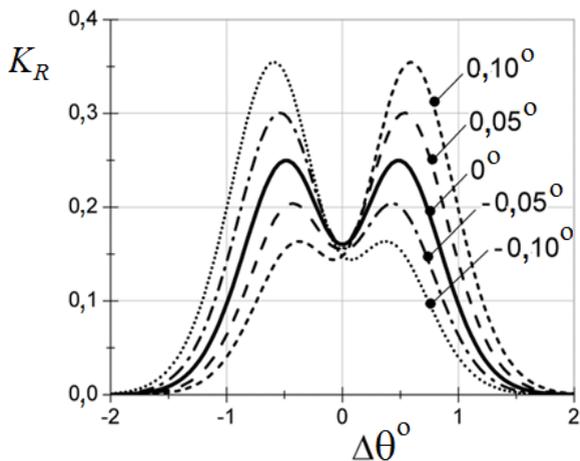


Рис. 6.14. Зависимость коэффициента пропускания  $K_R(\Delta\theta)$  узла кристалла-анализатора (рис. 6.12) при различных  $\theta_0$  и  $R_0 = 0,8$

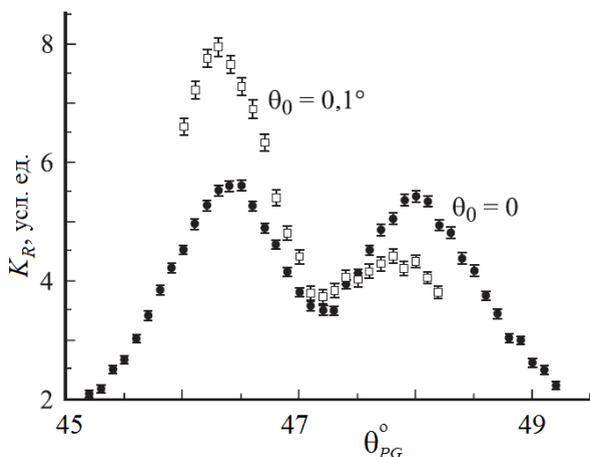


Рис. 6.15. Экспериментальная зависимость коэффициента пропускания  $K_R$

На рисунке 6.15 приведена экспериментально измеренная зависимость  $K_R(\Delta\theta)$  при двух ориентациях отражателя. Видно, что форма кривой действительно имеет двугорбую структуру, и интенсивность перекачивается из правого пика в левый в зависимости от ориентации анализатора. Кроме этого, видно, что коэффициент отражения  $R$  у кристалла пиролитического графита, реально используемого в эксперименте, существенно больше  $1/2$ .

Из анализа полученных данных было установлено, что  $R_{\text{exp}} \approx 0,8$ , что определялось толщиной существующего кристалла ( $L_{PG} \approx 0,8$  мм) и было далеко от оптимального. Для получения  $R = 0,5$  необходим кристалл существенно меньшей толщины ( $L \approx 0,3$  мм). Изготовление такого тонкого кристалла пиролитического графита представляет собой определенную проблему, а попытка уменьшить толщину имеющегося кристалла, например путем механической обработки, непременно сказалась бы на его характеристиках (однородность, степень мозаичности и т. д.).

### 6.3. Результаты тестирования кристаллов кварца

Одной из задач, поставленных при проведении исследования совершенства кристаллов больших размеров с точки зрения постоянства их межплоскостных расстояний по объему, была подготовка сборки кристаллов для планируемого эксперимента по поиску ЭДМ нейтрона (см. раздел 4.3). На первом этапе были протестированы кристаллы, имеющиеся в наличии. Это был набор разнородных образцов различного происхождения: несколько природных кристаллов с Уральских гор и несколько искусственно выращенных кристаллов. Примеры экспериментальных зависимостей регистрируемой интенсивности от разницы температур образца и кристалла-анализатора показаны на рис. 6.16 и 6.17. Кривые на них отличаются как по ширине  $W_T$ , так и по положению  $\Delta T_c$ . Аналогичные зависимости были измерены для всех образцов. Из них извлекались положения и ширины линий, из которых затем с учетом известного коэффициента теплового расширения кварца получались параметры исследуемых образцов, такие как вариации межплоскостного расстояния  $\Delta d/d_0$  относительно кристалла-анализатора и ширина отражения  $W_d$  ( $W_d \equiv \Delta d/d_0 \equiv \xi W_T$ ) в единицах относительного изменения величины межплоскостного расстояния  $\Delta d/d_0$ . Кроме этого, для образцов большого размера снималось пространственное распределение параметров  $\Delta d/d_0$  и  $W_d$ .

Примеры пространственных распределений  $\Delta d/d_0$  и  $W_d$  по объему природного кристалла кварца размерами  $120 \times 180 \times 8$  мм<sup>3</sup> приведены на рис. 6.18, 6.19. Данный образец исследовался более детально, так как в дальнейшем его наиболее совершенная часть служила в качестве кристалла-анализатора. Эти рабочие области на рис. 6.18, 6.19 выделены в середине кристалла. Проведенное исследование показало, что разброс межплоскостного расстояния в этой области не превышает  $\Delta d/d \sim 2 \cdot 10^{-6}$ .

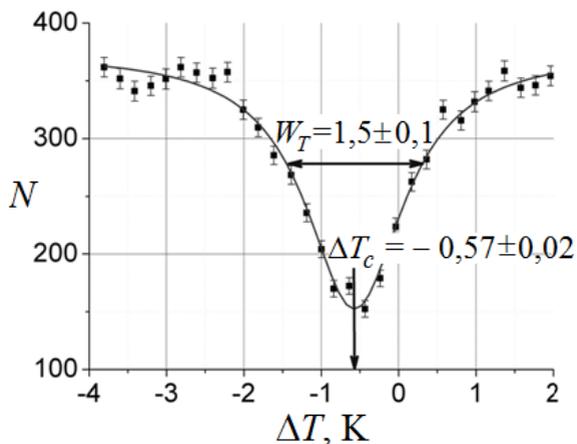


Рис. 6.16. Зависимость регистрируемой интенсивности нейтронов от разницы температур образца и кристалла-анализатора для случая, когда мозаичность  $\Delta d$  кристаллов (по  $d$ ) много меньше брэгговской (дарвиновской) ширины  $\Delta d_B$  ( $\Delta d \ll \Delta d_B$ ,  $W_{dB} \equiv \Delta d_B/d \equiv \xi W_{TB}$ ). В данном случае (после прохождения одного кристалла и отражения другим) ширина экспериментальной кривой  $W_T \approx 2W_{TB}$

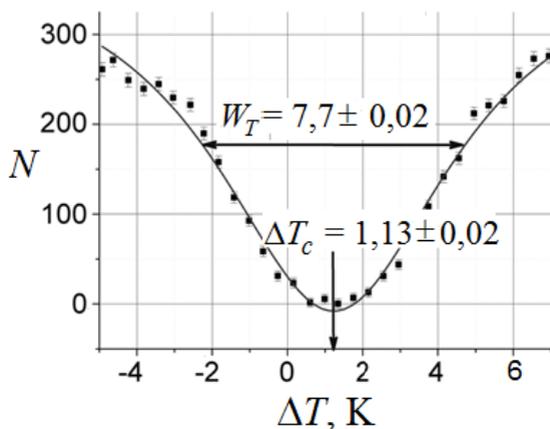


Рис. 6.17. Экспериментальная зависимость, представленная на рис. 6.16, для случая, когда (например, для кристалла-образца)  $\Delta d \gg \Delta d_B$  ( $W_T \gg W_{TB}$ )

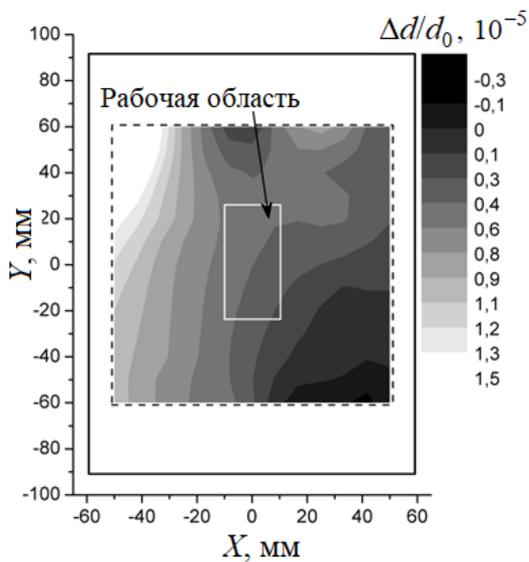


Рис. 6.18. Пространственное распределение относительного межплоскостного расстояния по образцу кристалла кварца

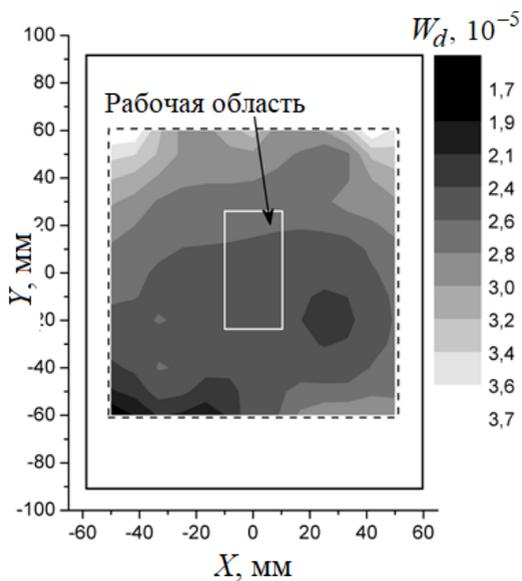


Рис. 6.19. Пространственное распределение ширины рефлекса ( $W_d = \xi W_T$ ) по образцу кристалла кварца

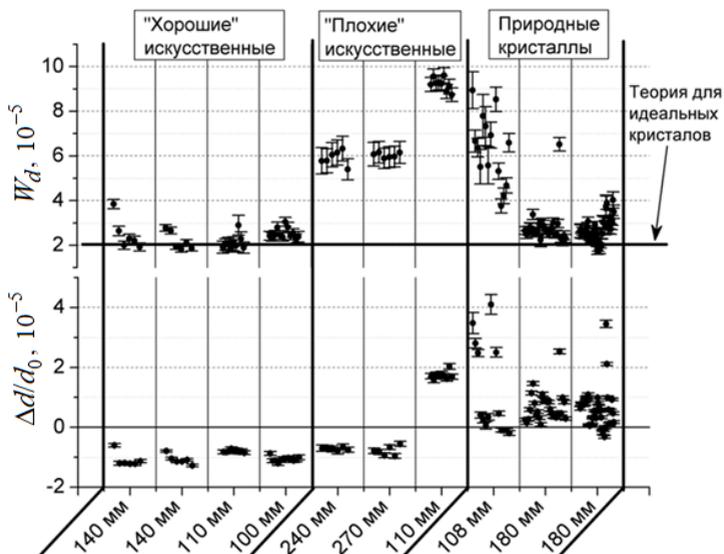


Рис. 6.20. Сводный график параметров мозаичности и относительного изменения межплоскостного расстояния различных образцов кристалла кварца

Результаты исследования различных образцов кристалла кварца сведены на рис. 6.20. Кристаллы условно разбиты на три группы: «хорошие» искусственные, «плохие» искусственные и кристаллы естественного происхождения (природные). Основные выводы из этих предварительных исследований заключаются в следующем.

1. Искусственные кристаллы обычно имеют большую однородность, чем естественные.

2. Природные кристаллы имеют большой разброс в параметрах решетки. В них присутствуют области очень высокого совершенства, однако размер этих областей обычно невелик, и собрать из них кристалл большого объема, который требуется для ЭДМ-эксперимента, представляется непосильной задачей.

3. По-видимому, наиболее перспективными для ЭДМ-эксперимента являются искусственные кристаллы, однако требуется серьезный отбор этих кристаллов, так как далеко не все из них имеют высокую однородность и малую мозаику.

На втором этапе был проведен анализ того, какие из искусственно выращиваемых кристаллов имеют наилучшие параметры. Для этого исследовались несколько образцов, выращенных во Всероссийском научно-исследовательском институте синтеза минерального сырья (ВНИИСИМС, Владимирская обл., г. Александров).

1. Пьезоэлектрический кварц размерами  $15 \times 100 \times 100$  мм<sup>3</sup>, XY-срез (№ 1872).

2. Оптический кварц размерами  $50 \times 100 \times 30$  мм<sup>3</sup>, ZY-срез (№ 1817).

3. Оптический кварц размерами  $100 \times 100 \times 30$  мм<sup>3</sup>, Z-срез (№ 1784).

Результаты измерений этих образцов приведены на рис. 6.21. Оказалось, что лучшими параметрами обладают образцы оптического кварца Z-ориентации (№ 1784).

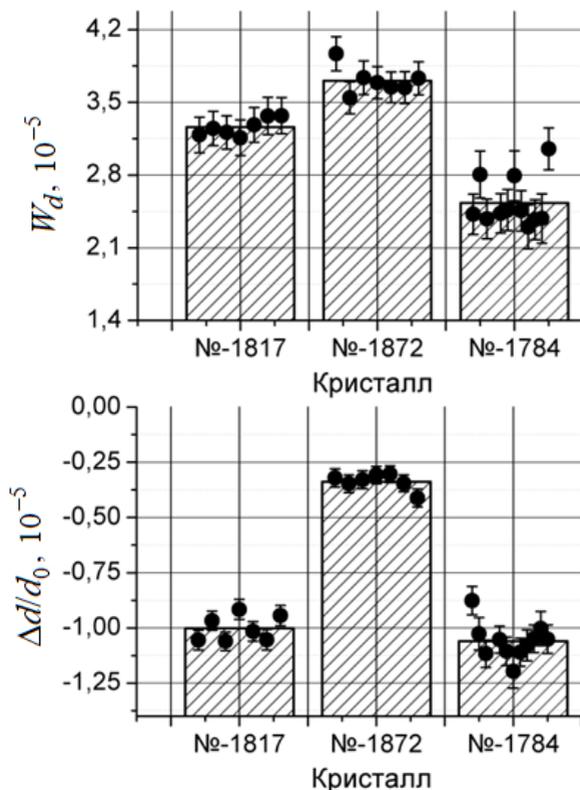


Рис. 6.21. Результаты анализа образцов пьезоэлектрического и оптического кварца, выращенных во ВНИИСИМС

В итоге были изготовлены две партии оптического кварца Z-ориентации. Общее количество кристаллов – 22 штуки размерами  $100 \times 100 \times (25-45)$  мм<sup>3</sup> каждый. Результаты анализа этих кристаллов показаны на рис. 6.22, 6.23. Пунктирной линией показана граница допустимой ширины рефлекса  $W_d$ , ниже которой уменьшение величины электрического

поля, действующего на нейтрон в кристалле, не превышает 20 %, см. уравнение (6.1).

По результатам теста были отбракованы 7 кристаллов. Оставшиеся 15 образцов позволяют собрать составной кристалл с суммарными размерами  $100 \times 100 \times 500 \text{ мм}^3$ , удовлетворяющий требованиям для данного этапа эксперимента по поиску ЭДМ нейтрона нейтронно-оптическим методом. На рисунке 6.24 приведена фотография части этих кристаллов.

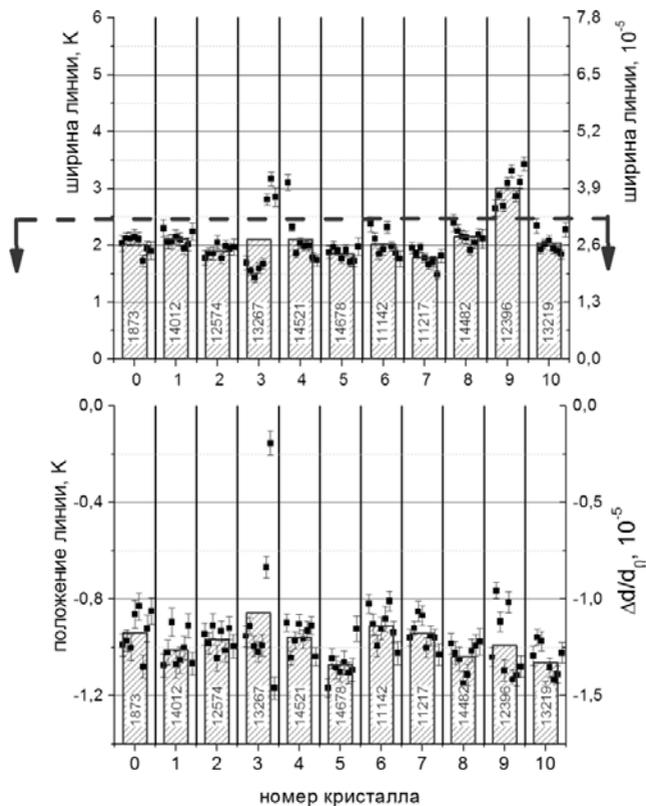


Рис. 6.22. Результаты анализа параметров мозаичности и межплоскостного расстояния первой партии образцов оптического кварца, полученных из ВНИИСИМС

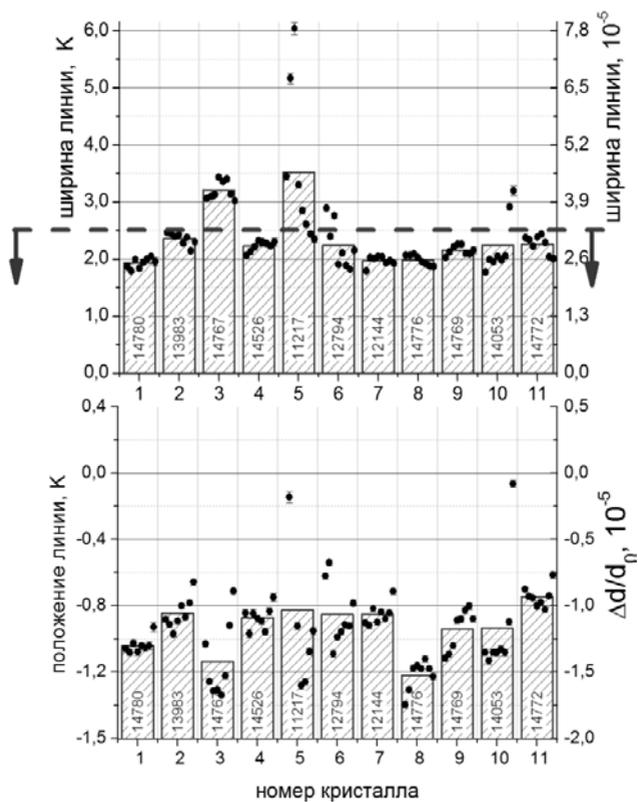


Рис. 6.23. Результаты анализа второй партии образцов оптического кварца

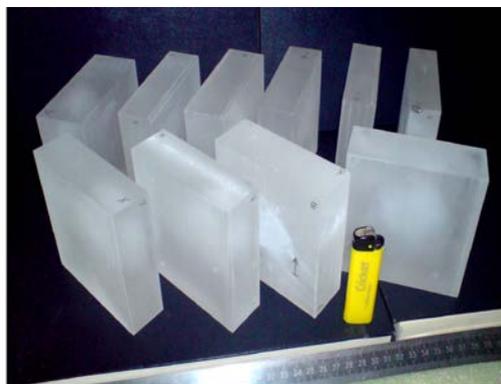


Рис. 6.24. Фотография кристаллов кварца, которые планируется использовать в ЭДМ-эксперименте

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная книга основана главным образом на оригинальных работах авторов. В ней дано детальное описание новых дифракционных и нейтронно-оптических явлений, возникающих при распространении нейтронов в совершенных кристаллах вблизи выполнения условий Брэгга. Особое внимание уделено дифракции и оптике нейтронов в нецентросимметричных кристаллах, а также новым явлениям при углах дифракции, близких к  $90^\circ$ .

Дано детальное теоретическое описание динамической дифракции нейтронов в совершенных кристаллах. Описаны проведенные экспериментальные исследования дифракции по Лауэ в кристаллах толщиной до 20 см при углах дифракции, близких к  $90^\circ$ . Впервые динамическая дифракция нейтронов наблюдалась и исследования дифракционных явлений проводились на прямом продифрагировавшем пучке. Наблюдены предсказанные нами ранее явления, открывающие, в частности, новые возможности поиска ЭДМ нейтрона дифракционными и нейтронно-оптическими методами, а также возможность существенного усиления эффектов от ЭДМ нейтрона и воздействия на него малых сил при дифракции под углами, близкими к  $90^\circ$ .

К таким явлениям прежде всего относятся наличие очень сильных внутрикристаллических электрических полей (вплоть до  $10^9$  В/см), действующих на нейтрон в кристалле, и эффект существенного замедления нейтрона в кристалле при дифракции по Лауэ (приводящий, соответственно, к увеличению времени пребывания нейтрона в кристалле) при углах дифракции, близких к  $90^\circ$ .

Явления сдвига маятниковой фазы и деполяризации нейтронного пучка при дифракции в нецентросимметричном кристалле за счет швингеровского взаимодействия магнитного момента движущегося нейтрона с внутрикристаллическим электрическим полем позволяют непосредственно измерять величину электрического поля, действующего на дифрагирующий нейтрон в кристалле. Из эксперимента по деполяризации нейтронного пучка впервые получено доказательство того, что величина этого поля не изменяется, по крайней мере вплоть до угла Брэгга, равного  $87^\circ$ .

Экспериментально продемонстрировано, что при дифракции по Лауэ величина  $E\tau$ , определяющая чувствительность метода к ЭДМ нейтрона, достигает значения  $E\tau \sim 0,2 \cdot 10^6$  В · с/см, что сопоставимо с этой величиной для метода УХН  $E\tau \sim 0,6 \cdot 10^6$  В · с/см [32–35, 89] и существенно превосходит ее для известного дифракционного эксперимента Шалла и Натанса [48] по

поиску ЭДМ нейтрона. Заметим, что проведенные нами тестовые измерения [95–97] дают оценку ЭДМ для нейтрона  $D_n = (2 \pm 6) \cdot 10^{-24} e \cdot \text{см}$ . Этот результат существенно лучше полученного Шаллом и Натансоном рекордного для своего времени результата  $D_n = (2,4 \pm 3,9) \cdot 10^{-22} e \cdot \text{см}$  [48].

Детально рассмотрен механизм возникновения эффекта вращения спина при прохождении через нецентросимметричный кристалл за счет швингеровского взаимодействия магнитного момента движущегося нейтрона с внутрикристаллическим электрическим полем кристалла и приводятся экспериментальные результаты по его обнаружению. Для кристалла  $\alpha$ -кварца средняя величина поворота спина нейтронного пучка со степенью монохроматичности  $\sim 10^{-2}$  имеет порядок  $(1-2) \cdot 10^{-4}$  рад/см, что соответствует значению электрического поля, действующего на нейтрон в кристалле, равному  $\pm(0,5 \div 1) \cdot 10^5$  В/см. Обнаруженный эффект вращения спина свидетельствует о наличии ориентационной, энергетической и спиновой зависимости коэффициента преломления нейтрона в нецентросимметричном кристалле, см. (4.8)–(4.10).

Кроме того, показано, что поглощение нейтронов в таком кристалле (мнимая часть коэффициента преломления) также зависит от направления движения и энергии нейтрона, см. (4.9), и от ориентации спина нейтрона, см. (4.10).

Отдельно рассматривается важный случай прохождения нейтронов через нецентросимметричный кристалл в направлениях, близких к брэгговским. Показано, что такой вариант также может быть использован для эксперимента по поиску ЭДМ нейтрона. Описывается оригинальная методика эксперимента, дающая возможность переключать знак и величину электрического поля, действующего на нейтрон в кристалле, с помощью изменения температуры внешнего кристалла-анализатора.

Приводятся результаты тестовых экспериментов по изучению возможности поиска ЭДМ нейтрона. Показано, что такой нейтронно-оптический метод поиска ЭДМ, по всей видимости, является наиболее перспективным.

Описан новый эффект значительного усиления влияния малых внешних воздействий на нейтрон, дифрагирующий по Лауэ при углах Брэгга, близких к  $\pi/2$ . Эффект обусловлен замедлением нейтрона при дифракции и ведет себя пропорционально  $\text{tg}^2 \theta_B$ . Показано, что его величина может достигать  $\sim 10^3$ . В совокупности с известным дифракционным фактором полное усиление воздействия силы на дифрагирующий в кристалле нейтрон может приблизительно в  $10^9$  раз превосходить воздействие той же силы на свободный нейтрон. Обнаруженное явление открывает новые перспективы поиска неизвестных фундаментальных взаимодействий по исследованию малых сил, действующих на нейтрон.

Проведенный анализ показал, что для двухкристальной схемы эксперимента ширина дифракционной линии в единицах внешней силы может достигать  $10^{-13}$  эВ/см, следовательно, саму силу можно измерить с точностью, лучше чем  $10^{-18}$  эВ/см. Такая чувствительность может позволить провести поиск электрического заряда нейтрона на уровне, который на два порядка ниже современного верхнего предела, а также измерение отношения инертной массы нейтрона к его гравитационной массе с точностью  $\sim 10^{-6}$ , что также на два порядка лучше современной мировой точности.

Исследована возможность некоторых практических применений рассматриваемых явлений. Например, подробно описана методика анализа объемного совершенства больших кристаллов с помощью измерения параметра межплоскостного расстояния с относительной точностью  $\Delta d/d \sim 10^{-7}$ . Проведен анализ различных образцов кристалла кварца, имеющих как природное, так и искусственное происхождение. В частности, показано, что для эксперимента по поиску ЭДМ нейтрона наилучшими являются кристаллы кварца оптического качества, выращенные во ВНИИСИМС (Владимирская обл., г. Александров).

### Расчет электрических полей в кристаллах

В Приложении А приведены результаты расчетов электрических полей в  $\alpha$ -кварце и некоторых других кристаллах (табл. А.1–А.6).

Для конкретных вычислений величин электрического поля использовались табличные значения либо зарядовых формфакторов, либо электронных амплитуд рассеяния [56, 149]. Следует отметить, что на величины амплитуд рассеяния оказывает влияние степень ионности связи атомов в кристалле, которая определяется разностью электроотрицательностей атомов, находящихся в химической связи. Значения электроотрицательностей и соответствующее им значение ионности связи брались из [150]. Длины рассеяния нейтронов брались из [151].

При комнатной температуре кварц ( $\alpha$ -кварц) имеет структуру, характеризующуюся тригональной группой без центра симметрии  $32(D^6)$  [146]. При температуре  $573,5^\circ\text{C}$  он переходит в centrosymmetric гексагональную модификацию ( $\beta$ -кварц) с группой симметрии  $622(D^4)$  [146], при этом незначительно меняются размеры элементарной ячейки.

Внутри ячейки происходят смещения атомов на величины  $\leq 0,1 \text{ \AA}$ . В этом незначительном смещении и заключается причина отсутствия центра симметрии у  $\alpha$ -кварца.

Элементарная ячейка кварца содержит три молекулы  $\text{SiO}_2$  (рис. А.1). Относительные расположения отдельных атомов в ячейке приведены в табл. А.2. Параметры  $U, X, Y, Z$  для  $\alpha$ - и  $\beta$ -модификаций кварца показаны в табл. А.3 [152]. В этой таблице также приводятся разница « $\leftarrow$ » этих параметров для двух модификаций кварца и их погрешность  $\Delta$ . Видно, что точность в определении параметров  $U, X, Y, Z$  вполне достаточна для определения этой разницы.

Размеры элементарной ячейки  $\alpha$ -кварца брались из [152] и составляли  $a = 4,9128 \text{ \AA}$  (вдоль осей  $X$  и  $Y$ ) и  $c = 5,4042 \text{ \AA}$  (вдоль оси  $Z$ ). В связи с тем, что структура  $\alpha$ -кварца близка к гексагональной, как у  $\beta$ -кварца, обе эти структуры обычно описывают в гексагональной системе координат, которая более удобна в обращении, чем тригональная. В такой системе координат объем элементарной ячейки  $V = a^2 c \sqrt{3} / 2$ , соответственно,  $N_0 = 1/V$  для

$\alpha$ -кварца составляет  $N_0 = 8,85 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ . Межплоскостное расстояние для плоскости  $(hkl)$  равно [153]

$$d_{hkl} = \frac{ac\sqrt{3}}{\sqrt{4(h^2 + k^2 + hk)c^2 + 3l^2a^2}}. \quad (\text{A1})$$

Тепловые колебания атомов анизотропной кристаллической структуры характеризуются эллипсоидом колебаний [154]. Положение эллипсоида относительно системы координат и амплитуды колебаний атомов вдоль осей этого эллипсоида брались из [152]. Имея эти данные, можно легко вычислить амплитуду колебания в любом направлении, а следовательно, и фактор Дебая – Уоллера для любой системы плоскостей  $g$ . Характерные величины колебаний атомов  $\alpha$ -кварца при комнатной температуре составляют:

$$\langle U_{\text{Si}}^2 \rangle^{1/2} \simeq 0,08 \text{ \AA}, \quad \langle U_{\text{O}}^2 \rangle^{1/2} \simeq 0,11 \text{ \AA}.$$

Анизотропия колебаний начинает незначительно сказываться при  $d_{hkl} \leq 0,5 \text{ \AA}$  ( $|g| \geq 10^9 \text{ см}^{-1}$ ).

Из разности электроотрицательностей Si и O в связи Si–O [150] было получено значение ионности этой связи, равное 0,5, следовательно, при расчетах нужно использовать амплитуды рассеяния для ионов  $\text{O}^-$  и  $\text{Si}^{++}$ .

Расчетный рентгеновский структурный фактор  $F_g^X$  сравнивался с существующими экспериментальными данными по рассеянию рентгеновского излучения на кварце [152]. Согласие экспериментальных данных с расчетными величинами  $F_g^X$  оказалось на уровне  $\sim 10 \%$ .

Таблица А.1

**Результаты расчетов для некоторых плоскостей  $\alpha$ -кварца с максимальными межплоскостными электрическими полями, действующими на дифрагирующий нейтрон**

$hkl$	$E_g \cdot 10^8, \text{ В/см}$	$d, \text{ \AA}$	$\Delta\phi_g, \text{ рад}$	$v_g, \text{ эВ}$	$F_g^X$	$F_g^n \cdot 10^{-5}, \text{ \AA}$
$\bar{6}10$	-1,64	0,764	-0,99	0,24	6,49	6,24
$\bar{5}12$	1,84	0,878	1,16	0,28	8,27	4,85
$\bar{5}4\bar{2}$	1,84	0,878	1,16	0,28	8,27	4,85
$\bar{4}1\bar{1}$	1,38	1,152	1,67	0,25	7,62	4,45
$\bar{4}20$	1,43	1,228	0,23	1,21	18,65	15,00
$\bar{3}1\bar{1}$	1,85	1,54	2,74	1,16	16,61	8,16
$\bar{2}1\bar{1}$	2,28	2,236	2,15	0,97	9,21	12,20
$\bar{2}10$	-2,03	2,456	-0,42	1,92	17,71	15,53

Таблица А.2

## Положения атомов в элементарной ячейке кристалла кварца\*

Атом	$X$	$Y$	$Z$
Si(1)	$U$	0	0
Si(2)	$1 - U$	$1 - U$	$1/3$
Si(3)	0	$U$	$2/3$
O(1)	$X$	$Y$	$Z$
O(2)	$Y - X$	$-X$	$Z + 1/3$
O(3)	$1 - Y$	$X - Y$	$Z - 1/3$
O(4)	$X - Y$	$-Y$	$-Z$
O(5)	$1 - X$	$Y - X$	$1/3 - Z$
O(6)	$Y$	$X$	$2/3 - Z$

\* Координаты атомов ( $X, Y, Z$ ) нормированы на размер элементарной ячейки.

Таблица А.3

Сравнение параметров  $U, X, Y, Z$ , характеризующих положение отдельных атомов в элементарной ячейке, для centrosymmetricной  $\beta$ - и noncentrosymmetricной  $\alpha$ -модификаций кварца\*

	$\beta$ -кварц	$\alpha$ -кварц	$\langle - \rangle$	$\Delta$
$U$	$1/2$	0,4697	-0,0303	$2 \cdot 10^{-4}$
$X$	$1/2$	0,4125	-0,0875	$4 \cdot 10^{-4}$
$Y$	$1/4$	0,2662	0,0162	$4 \cdot 10^{-4}$
$Z$	$1/6$	0,1188	-0,0479	$2 \cdot 10^{-4}$

\*  $\langle - \rangle$  – разница параметров для двух модификаций кварца,  $\Delta$  – погрешность в определении параметров для  $\alpha$ -кварца. Параметры нормированы на размер элементарной ячейки.

Таблица А.4

Результаты расчетов для кристалла титаната бария ( $\text{BaTiO}_3$ )

$hkl$	$E_g \cdot 10^8, \text{ В/см}$	$d, \text{ \AA}$	$\Delta\phi_g, \text{ рад}$	$\nu_g, \text{ эВ}$	$F_g^X$	$F_g^n \cdot 10^{-5}, \text{ \AA}$
303	8,79	0,946	0,64	2,21	36,0	3,80
224	8,79	0,820	0,41	2,82	39,3	19,37
222	5,38	1,156	0,21	4,74	51,2	19,05
213	9,18	1,074	0,64	2,61	38,9	3,80
103	9,59	1,274	0,64	3,22	42,9	3,80
101	3,20	2,838	0,20	7,03	57,8	4,10
002	5,69	2,016	0,21	8,68	71,0	19,05

Таблица А.5

Результаты расчетов для кристалла титаната свинца (PbTiO<sub>3</sub>)

$hkl$	$E_g \cdot 10^8$ , В/см	$d$ , Å	$\Delta\phi_g$ , рад	$\nu_g$ , эВ	$F_g^X$	$F_g^n \cdot 10^{-5}$ , Å
$32\bar{3}$	-13,41	0,852	-0,72	2,73	50,4	12,35
313	-6,85	0,921	-1,10	1,12	35,9	17,34
$30\bar{3}$	-13,93	0,947	-0,72	3,15	53,9	12,35
222	-14,01	1,149	-0,58	4,61	62,8	17,70
$21\bar{3}$	-14,48	1,084	-0,73	3,74	58,4	12,35
204	9,15	0,916	0,77	1,91	44,6	9,22
202	-14,28	1,421	-0,57	5,92	70,5	17,70
002	-14,17	2,075	-0,57	8,59	83,1	17,70
001	-1,23	4,150	-0,22	3,64	52,9	8,96

Таблица А.6

Результаты расчетов для кристалла танталата лития (LiTaO<sub>3</sub>)

$hkl$	$E_g \cdot 10^8$ , В/см	$d$ , Å	$\Delta\phi_g$ , рад	$\nu_g$ , эВ	$F_g^X$	$F_g^n \cdot 10^{-5}$ , Å
$\bar{3}48$	-6,91	1,005	-0,46	2,48	239,3	27,53
$\bar{2}28$	8,30	1,363	0,42	4,36	303,2	70,78
$\bar{3}66$	-9,21	0,804	-0,74	1,73	203,0	27,13
$\bar{6}66$	-6,33	0,707	-0,46	1,57	189,2	39,22
036	11,55	1,248	1,45	2,31	244,2	44,95
006	9,21	2,297	1,42	3,40	273,3	73,39
244	-8,04	0,819	-0,59	1,87	209,1	18,60
$\bar{4}44$	13,82	1,061	1,24	2,46	243,1	8,87

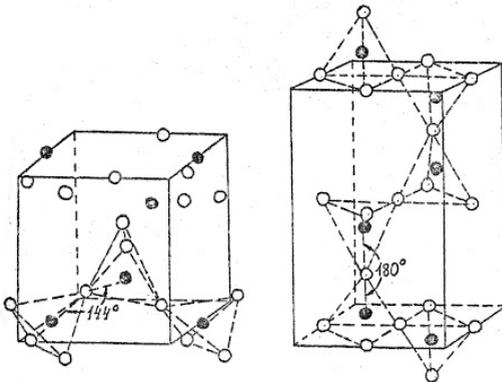


Рис. А.1. Элементарная ячейка кварца: ● – атом Si; ○ – атом O

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Сахаров А. Д. Нарушение  $CP$ -инвариантности,  $C$ -асимметрия и барионная асимметрия Вселенной // Письма в ЖЭТФ, 1967, **5**, 32–35.
- [2] Кузьмин В. А.  $CP$ -неинвариантность и барионная асимметрия Вселенной // Письма в ЖЭТФ, 1970, **12**, 335–337.
- [3] Казарновский М. В., Кузьмин В. А., Четыркин К. Г., Шапошников М. Е. Об осцилляциях «нейтрон – антинейтрон» // Письма в ЖЭТФ, 1980, **32**, вып. 1, 88–91.
- [4] Chung J., Allison W.W.M., Alner G.J., Ayres D.S., Barrett W.L., Border P.M., Cobb J.H., Courant H., Demuth D.M., Fields T.H., Gallagher H.R., Goodman M.C., Gran R., Joffe-Minor T., Kafka T., Kasahara S.M.S., Litchfield P.J., Mann W.A. et al. Search for neutron-antineutron oscillations using multiprong events in Soudan 2. <http://www.arxiv.org/abs/hep-ex/0205093>, 28 May 2002; Phys. Rev., 2002, D **66**, 032004-1–032004-11.
- [5] Baldo-Ceolin M., Benetti P., Bitter T., Bobisut F., Calligarich E., Dolfini R., Dubbers D., El-Muzeini P., Genoni M., Gibin D., Gigli Berzolari A., Gobrecht K., Guglielmi A., Last J., Laveder M., Lippert W., Mattioli F., Mauri F. et al. A new experimental limit on neutron-antineutron oscillations // Z. Phys., 1994, C **63**, 409–416.
- [6] Kerbikov B.O., Kudryavtsev A.E., Lensky V.A. Neutron-antineutron oscillations in a trap revisited // ЖЭТФ, 2004, **125**, 476–485.
- [7] Серебров А. П. Исследования фундаментальных взаимодействий в ПИЯФ НИЦ КИ с нейтронами и нейтрино на реакторах // УФН, 2015, **185**, № 11, 1179–1201.
- [8] Phillips D.G. (II), Snow W.M., Babu K. et al. Neutron-antineutron oscillations: theoretical status and experimental prospects. arXiv:1410.1100.
- [9] Lee T., Yang C. Question of parity conservation in weak interactions // Phys. Rev., 1956, **104**, 254–258.
- [10] Wu C.S., Ambler E., Hayward R., Hoppes D., Hudson R. Experimental test of parity conservation in  $\beta$ -decay // Phys. Rev., 1957, **105**, 1413–1415; Further experiments on  $\beta$ -decay of polarized nuclei // Phys. Rev., 1957, **106**, 1361–1363.
- [11] Christenson J.H., Cronin J.W., Fitch V.L., Turlay R. Evidence for the  $2\pi$  decay of the  $K^0$  meson // Phys. Rev. Lett., 1964, **13**, 138–140.

- [12] *Abe K. et al.* Observation of large  $CP$  violation and evidence for direct  $CP$  violation in  $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  decays // *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**, 021601-1–021601-5.
- [13] *Aubert B. et al.* Observation of direct  $CP$  violation in  $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$  decays. [www.arxiv.org/abs/hep-ex/0407057](http://www.arxiv.org/abs/hep-ex/0407057), 2004.
- [14] *Lüders G.* Proof of the TCP theorem. *Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Mat.-Fys. Medd.*, 1954, **28**, No. 5; *Ann. Phys.*, 1957, **2**, 1–15.
- [15] *Pauli W.* Niels Bohr and the development of physics / Ed. by W. Pauli; with the assistance of L. Rosenfeld and V. Weisskopf. London: Pergamon Press, 1955 [Нильс Бор и развитие физики [перевод] / под ред. В. Паули; при участии Л. Розенфельда и В. Вайскопфа. М.: Иностр. лит., 1958, 259 с.].
- [16] *Ландау Л. Д.* О законах сохранения при слабых взаимодействиях // *ЖЭТФ*, 1957, **32**, 405–407; *Nucl. Phys.*, 1957, **3**, 127–131.
- [17] *Ramsey N.F.* Time reversal, charge conjugation, magnetic pole conjugation, and parity // *Phys. Rev.*, 1958, **109**, 225–226.
- [18] *Ramsey N.F.* Molecular beams. Oxford: Clarendon Press, 1956; *Smith I., Purcell E., Ramsey N.* Experimental limit to the EDM of the neutron // *Phys. Rev.*, 1957, **108**, 120–122.
- [19] *Ансельм А. А.*  $CP$ -нарушение в калибровочных теориях // *Материалы XIII Зимней школы ЛИЯФ: Физика высоких энергий*. Л., 1978, 42–83.
- [20] *Ellis J.* Theory of the neutron electric dipole moment // *Nucl. Instr. Meth.*, 1989, A **284**, 33–39.
- [21] *Barr S.M., Marciano W.* Electric dipole moments //  $CP$  violation / Ed. by C. Jarlskog. Singapore: World Scientific, 1989, 455–502.
- [22] *Barr S.M.* A review of  $CP$  violation in atoms // *Int. J. Mod. Phys.*, 1993, A **8**, 209–236.
- [23] *Bunakov V.E.* Fundamental symmetry breaking in nuclear reaction // *Fiz. Elem. Chast. Atom. Yad.*, 1995, **26**, No. 2, 285–361.
- [24] *Khriplovich I.B., Lamoreaux S.K.*  $CP$  violation without strangeness. The electric dipole moments of particles, atoms and molecules. Springer-Verlag, 1996, 230 с.
- [25] *Schmidt-Wellenburg P.* The quest to find an electric dipole moment of the neutron. [arXiv:1607.06609v1 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1607.06609v1), 22 Jul 2016.
- [26] *Шануро Ф. Л.* Электрические дипольные моменты элементарных частиц // *Материалы III Зимней школы ФТИ*, ч. 2. Л., 1968, 14–38; *УФН*, 1968, **95**, 145–158.
- [27] *Порсев Г. Д., Серебров А. П.* Современное состояние экспериментов по поиску ЭДМ нейтрона с помощью УХН // *Материалы IX Зимней школы ЛИЯФ*, ч. 3. Л., 1974, 270–287.
- [28] *Серебров А. П.* ЭДМ нейтрона и ультрахолодные нейтроны // *Материалы XIV Зимней школы ЛИЯФ: Физика атомного ядра*. Л., 1979, 3–27.
- [29] *Golub R., Pendlebury G.M.* The electric dipole moment of the neutron // *Contemp. Phys.*, 1972, **13**, 519–558.

- [30] *Ramsey N.F.* Electric-dipole moments of elementary particles // Rep. Prog. Phys., 1982, **45**, 95–113.
- [31] *Golub R., Lamoreaux S.K.* Neutron electric-dipole moment, ultracold neutrons and polarized  $^3\text{He}$  // Phys. Rep., 1994, **237**, 1–62.
- [32] *Altarev I.S., Borisov Yu.V., Borovikova N.V., Ivanov S.N., Kolomenskii E.A., Lasakov M.S., Lobashev V.M., Pirozhkov A.N., Serebrov A.P., Sobolev Yu.V., Shul'gina E.V.* Status of experimental search for electric dipole moment of neutron // LNPI Research Report 1988–1989. Leningrad, 1990, 6; Новое измерение электрического дипольного момента нейтрона // Основные результаты научных исследований ЛИЯФ 1990–1991. СПб., 1992, 4–6; Phys. Lett., 1992, B **276**, 242.
- [33] *Thompson D.* The search for the electric dipole moment of the neutron at the ILL // Nucl. Instr. Meth., 1989, A **284**, 40–42; *Smith K.F., Crampin N., Pendlebury J.M., Richardson D.J., Shiers D., Green K., Kilvington A.I., Moir J., Prosper H.B., Thomson D., Ramsey N.F., Heckel B.R., Lamoreaux S.K., Ageron P., Mampe W., Steyerl A.* A search for the electric dipole moment of the neutron // Phys. Lett., 1990, B **234**, 191–196.
- [34] *Harris P.G., Baker C.A., Green K., Iaydjiev P., Ivanov S., May D.J.R., Pendlebury J.M., Shiers D., Smith K.F., van der Grinten M., Geltenbort P.* New experimental limit on the electric dipole moment of the neutron // Phys. Rev. Lett., 1999, **82**, 904.
- [35] *Baker C.A., Doyle D.D., Geltenbort P., Green K., van der Grinten M.G.D., Harris P.G., Iaydjiev P., Ivanov S.N., May D.J.R., Pendlebury J.M., Richardson J.D., Shiers D., Smith K.F.* Improved experimental limit on the electric dipole moment of the neutron // Phys. Rev. Lett., 2006, **97**, 131801.
- [36] *Weinberg S.* Gauge of  $CP$  nonconservation // Phys. Rev. Lett., 1976, **37**, 657–661.
- [37] *Anselm A.A., Djakonov D.I.* On Weinberg's model of  $CP$  violation in gauge theories // Nucl. Phys., 1978, B **145**, 271–284.
- [38] *Зельдович Я. Б.* Хранение холодных нейтронов // ЖЭТФ, 1959, **36**, 1952–1953.
- [39] *Стрелков А. В.* История открытия ультрахолодных нейтронов. Сообщение ОИЯИ РЗ-96-354. Дубна: ОИЯИ, 1996, 25 с.
- [40] *Abel C., Afach S., Ayres N.J., Baker C.A. et al.* Measurement of the permanent electric dipole moment of the neutron // Phys. Rev. Lett., 2020, **124**, 081803.
- [41] *Fedorov V.V., Voronin V.V., Lapin E.G.* On the search for neutron EDM using Laue diffraction by a crystal without a centre of symmetry. Preprint LNPI-1644. Leningrad, 1990, 36 p; J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 1992, **18**, 1133–1148.
- [42] *Федоров В. В.* О возможности поиска ЭДМ нейтрона при дифракции в нецентросимметричном кристалле // Материалы XIV Зимней школы ЛИЯФ, ч. 1. Л., 1991, 65–118.

- [43] *Алексеев В. Л., Лалин Е. Г., Леушкин Е. К., Румянцев В. Л., Сумбаев О. И., Федоров В. В.* Гравитационный эффект при дифракции нейтронов на изогнутом кварцевом монокристалле. Препринт ЛИЯФ 1369. Л., 1988, 30 с.; ЖЭТФ, 1988, **94**, 371–383.
- [44] *Alexeev V.L., Fedorov V.V., Lalin E.G., Leushkin E.K., Rumiantsev V.L., Sumbaev O.I., Voronin V.V.* Observation of a strong interplanar electric field in a dynamical diffraction of a polarized neutron. Preprint LNPI 1502. Leningrad, 1989, 14 p.; Nucl. Instr. Meth., 1989, A **284**, 181–183.
- [45] *Алексеев В. Л., Воронин В. В., Лалин Е. Г., Леушкин Е. К., Румянцев В. Л., Сумбаев О. И., Федоров В. В.* Измерение сильного электрического внутрикристаллического поля в швингеровском взаимодействии дифрагирующих нейтронов // ЖЭТФ, 1989, **96**, 1921–1926.
- [46] *Абов Ю. Г., Гулько А. Д., Крупчицкий П. А.* Поляризованные медленные нейтроны. М.: Атомиздат, 1966, 268 с.
- [47] *Shull C.G.* Neutron spin-neutron orbit interaction with slow neutrons // Phys. Rev. Lett., 1963, **10**, No. 7, 297–298.
- [48] *Shull C.G., Nathans R.* Search for a neutron electric dipole moment by a scattering experiment // Phys. Rev. Lett., 1967, **19**, 384–386.
- [49] *Forte M.* Neutron-optical effects sensitive to *P* and *T* symmetry violation // J. Phys. G: Nucl. Phys., 1983, **9**, 745–754.
- [50] *Baryshevskii V.G., Cherepitsa S.V.* Neutron spin precession and spin dichroism of nonmagnetic unpolarized single crystals // Phys. Stat. Sol., 1985, b **128**, 379–87.
- [51] *Барышевский В. Г., Черепица С. В.* Поворот спина в немагнитном неполяризованном кристалле, обусловленный наличием у нейтрона электрического дипольного момента // Изв. вузов СССР: сер. физ., 1985, **8**, 110–112.
- [52] *Forte M., Zeyen C.M.E.* Neutron optical spin-orbit rotation in dynamical diffraction // Nucl. Instr. Meth., 1989, A **284**, 147–150.
- [53] *Воронин В. В., Лалин Е. Г., Федоров В. В.* Поляризационный метод измерения сильных внутрикристаллических полей при дифракции нейтронов. Препринт ПИЯФ 1944. Гатчина, 1994, 10 с.; PNPI Research Report 1992–1993. Gatchina, 1994, 31–33.
- [54] *Федоров В. В., Кирьянов К. Е., Смирнов А. И.* О модуляции на оптических частотах электронов, дифрагирующих в кристалле // ЖЭТФ, 1973, **64**, 1452–1455; *Федоров В. В., Смирнов А. И.* Особенности электромагнитного излучения электрона, дифрагирующего в монокристалле // ЖЭТФ, 1974, **66**, вып. 2, 566–573.
- [55] *Shull C.G., Zeilinger A., Squires G.L., Horne M.A., Atwood D.K., Arthur J.* Anomalous flight time of neutrons through diffracting crystals // Phys. Rev. Lett., 1980, **44**, 1715–1718.
- [56] *Хири П., Хови А., Николсон Р., Пэйли Д., Уэлан М.* Электронная микроскопия тонких кристаллов. М.: Мир, 1968, 574 с.

- [57] *Rauch H., Petrachek D.* Dynamical neutron diffraction and its application // Neutron diffraction / Ed. by H. Duchs. Berlin: Springer, 1978, 303–351.
- [58] *Ашкрофт Н., Мермин Н.* Физика твердого тела: в 2 т. М.: Мир, 1979.
- [59] *Stassis C., Oberteuffer J.A.* Neutron diffraction by perfect crystals // Phys. Rev., 1974, В **10**, 5192–5202.
- [60] *Александров Ю. А., Балагуров А. М., Малишевски Э., Мачехина Т. А., Седлакова Л. Н., Холас Я.* Определение ядерных амплитуд рассеяния изотопов вольфрама нейтронографическим методом // ЯФ, 1969, **10**, 328–335.
- [61] *Александров Ю. А.* Фундаментальные свойства нейтрона. М.: Энергоиздат, 1982, 222 с.
- [62] *Александров Ю. А.* О возможности улучшения экспериментальной оценки ЭДМ нейтрона. Препринт ОИЯИ РЗ-8442. Дубна: ОИЯИ, 1979, 58 с.
- [63] *Zachariasen W.H.* Theory of X-ray diffraction in crystals. New York: Wiley, 1945, 255.
- [64] *Batterman B.W., Cole H.* Dynamical diffraction of X-ray by perfect crystals // Rev. Mod. Phys., 1964, **36**, 681–717.
- [65] *Пинскер З. Г.* Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах. М.: Наука, 1974, 369 с.
- [66] *Каули Дж.* Физика дифракции. М.: Мир, 1979, 431 с.
- [67] *Goldberger M.L., Seitz F.* Theory of the refraction and the diffraction of neutrons by crystals // Phys. Rev., 1947, **71**, 294–310.
- [68] *Малеев С. В.* О трехмерном обобщении модели Кронига – Пенни // ФТТ, 1965, **7**, 2990–2994.
- [69] *Shull C.G.* Observation of Pendellösung fringe structure in neutron diffraction // Phys. Rev. Lett., 1968, **21**, 1585–1589.
- [70] *Shull C.G., Oberteuffer J.A.* Spherical-wave neutron propagation and Pendellösung fringe structure in silicon // Phys. Rev. Lett., 1972, **29**, 871–874.
- [71] *Алексеев В. Л., Воронин В. В., Лапин Е. Г., Леушкин Е. К., Румянцев В. Л., Федоров В. В.* Влияние ориентации спина нейтрона на дифракцию в нецентросимметричном кристалле. Препринт ЛИЯФ 1608. Л., 1990, 12 с.; Письма в ЖТФ, 1995, **21**, вып. 21, 44–49.
- [72] *Werner S.A., Colella R., Overhauser A.W., Eagen S.P.* Observation of the phase shift of a neutron due to precession in a magnetic field // Phys. Rev. Lett., 1975, **35**, 1053–1055.
- [73] *Rauch H., Seilinger A., Badurek G., Wilfing A., Vauspiess W., Bonse V.* Verification of coherent spinor rotation of fermions // Phys. Lett. 1975, A **54**, 425–427.
- [74] *Алексеев В. Л., Гордиенко Л. А., Гречушников Б. Н., Качалов О. В., Курбаков А. И., Трунов В. А.* Исследование качества кристаллов природного

- и синтетического кварца методами  $\gamma$ -дифрактометрии и рассеяния света // Кристаллография, 1989, **34**, 922–927.
- [75] *Kato N.* Pendellösung fringe in distorted crystals. Fermat's principle for Bloch waves // J. Phys. Soc. Jap., 1964, **18**, 1785–1791; Application to two beam cases // J. Phys. Soc. Jap., 1964, **19**, 67–77; Application to homogeneously bend crystals // J. Phys. Soc. Jap., 1964, **19**, 971–985.
- [76] *Cork J.M.* Laue patterns from thick crystals at rest and oscillating piezoelectrically // Phys. Rev., 1932, **42**, 749.
- [77] *Knowles J.W.* Anomalous absorption of slow neutrons and X-rays in nearly perfect single crystals // Acta Cryst., 1956, **9**, 61–69.
- [78] *Kato N.* The energy flow of X-rays in an ideally perfect crystal: comparison between theory and experiments // Acta Cryst., 1960, **13**, 349–356.
- [79] *Сидоров Ю. В., Федорюк М. В., Шабунин М. И.* Лекции по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1989, 480 с.
- [80] *Bonse V., Graeff W., Teworte R., Rauch H.* Oscillatory structure of Laue case rocking curves // Phys. Stat. Sol. (a), 1977, **43**, 48–492.
- [81] *Bonse V., Graeff W., Rauch H.* Measuring angular deviations of neutrons of the order of  $10^{-3}$  sec of arc // Phys. Lett., 1979, A **69**, 420–422.
- [82] *Федоров В. В.* Нейтронная физика. СПб.: Изд-во ПИЯФ, 2004, 334 с.
- [83] *Двайт Г. Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1978, 228 с.
- [84] *Федоров В. В., Воронин В. В.* Новые возможности поиска ЭДМ нейтрона поляризационным методом при дифракции в кристалле без центра симметрии // Материалы XXX Зимней школы ПИЯФ: Физика атомного ядра и элементарных частиц. СПб., 1996, 123–164.
- [85] *Федоров В. В., Воронин В. В., Лапин Е. Г., Сумбаев О. И.* О возможности поиска ЭДМ нейтрона по деполаризации при дифракции в кристалле без центра симметрии // Письма в ЖТФ, 1995, **21**, вып. 21, 50–55.
- [86] *Алтарев И. С., Борисов Ю. В., Боровикова Н. В., Егоров А. И., Иванов С. Н., Коломенский Э. А., Ласаков М. С., Лобашев В. М., Назаренко В. А., Пирожков А. Н., Серебров А. П., Соболев Ю. В., Шульгина Е. В.* Поиск электрического дипольного момента нейтрона. Препринт ПИЯФ 2055. Гатчина, 1995, 51 с.; ЯФ, 1996, **59**, вып. 7, 1204–1224.
- [87] *Воронин В. В., Лапин Е. Г., Семенихин С. Ю., Федоров В. В.* Прямое измерение времени задержки нейтрона в кристалле при дифракции по Лауэ. Препринт ПИЯФ 2337. Гатчина, 2000, 12 с.; Письма в ЖЭТФ, 2000, **71**, вып. 2, 110–115.
- [88] *Fedorov V.V., Lapin E.G., Semikhin S.Yu., Voronin V.V.* First observation of new effects at the set-up for searching for a neutron electric dipole moment by a crystal-diffraction method. Preprint PNPI 2376. Gatchina, 2000, 15 p.; Appl. Phys., 2002, A **74**, Suppl. 1, 298–301.

- [89] *Воронин В. В., Лапин Е. Г., Семенихин С. Ю., Федоров В. В.* Обнаружение эффекта деполяризации нейтронного пучка при дифракции по Лауэ в нецентросимметричном кристалле. Препринт ПИЯФ 2377. Гатчина, 2000, 12 с.; Письма в ЖЭТФ, 2000, **72**, вып. 6, 445–450.
- [90] *Fedorov V.V., Voronin V.V.* Diffraction and neutron optics in noncentrosymmetric crystals. New feasibility of a search for neutron EDM // Proc. of the XXXV PNPI Winter School. St. Petersburg, 2001, 90–113.
- [91] *Fedorov V.V., Voronin V.V.* Neutron diffraction and optics in noncentrosymmetric crystals. New feasibility of a search for neutron EDM // Nucl. Instr. Meth., 2003, B **201**, No. 1, 230–242.
- [92] *Воронин В. В., Лапин Е. Г., Семенихин С. Ю., Федоров В. В.* Вращение спина нейтрона при прохождении через нецентросимметричный монокристалл // Письма в ЖЭТФ, 2001, **74**, вып. 5, 279–282.
- [93] *Fedorov V.V., Lapin E.G., Semenikhin S.Y., Voronin V.V.* The effect of cold neutron spin rotation at passage through a noncentrosymmetric crystal // Appl. Phys., 2002, A **74**, Suppl. 1, s91–s93.
- [94] *Fedorov V.V., Kuznetsov I.A., Lapin E.G., Semenikhin S.Yu., Voronin V.V.* Neutron spin optics in noncentrosymmetric crystals as a new way for nEDM search // Nucl. Instr. Meth., 2006, B **252**, 131–135.
- [95] *Fedorov V.V., Jentschel M., Kuznetsov I.A., Lapin E.G., Lelièvre-Berna E., Nesvizhevsky V., Petoukhov A., Semenikhin S.Yu., Soldner T., Tasset F., Voronin V.V., Braginetz Yu.P.* Measurement of the neutron electric dipole moment by crystal diffraction // Nucl. Instr. Meth., 2009, A **611**, 124–128.
- [96] *Fedorov V.V., Jentschel M., Kuznetsov I.A., Lapin E.G., Lelièvre-Berna E., Nesvizhevsky V.V., Petoukhov A.K., Semenikhin S., Soldner T., Voronin V.V., Braginetz Yu.P.* Perspectives for nEDM Search by Crystal Diffraction. Test Experiment and Results // Nucl. Phys., 2009, A **827**, 538–540.
- [97] *Fedorov V.V., Jentschel M., Kuznetsov I.A., Lapin E.G., Lelièvre-Berna E., Nesvizhevsky V., Petoukhov A., Semenikhin S.Yu., Soldner T., Voronin V.V., Braginetz Yu.P.* Measurement of the neutron electric dipole moment via spin rotation in a noncentrosymmetric crystal // Phys. Lett., 2010, B **694**, 22–25.
- [98] *Abele H., Dubbers D., Häse H., Klein M., Knöpfler A., Kreuz M., Lauer T., Märkisch B., Mund D., Nesvizhevsky V., Petoukhov A., Schmidt C., Schumann M., Soldner T.* Characterization of a ballistic supermirror neutron guide // Nucl. Instr. Meth., 2006, A **562**, 407–417.
- [99] *Lelièvre-Berna E. et al.* // Physica, 2007, B **397**, 120.
- [100] *Tasset F., Brown P.J., Lelièvre-Berna E., Roberts T., Pujol S., Allibon J., Bourgeat-Lami E.* Physica B, 1999, **267–268**, 69–74.
- [101] *Lelièvre-Berna E.* Novel polarized neutron tools // Advances in Neutron Scattering Instrumentation / Eds. I. Anderson, B. Guerard. USA, Bellingham: SPIE Press, 2002, **4785**, 112–125.
- [102] *Roll P.G., Krotkov R., Dicke R.H.* The equivalence of inertial and passive gravitational mass // Ann. Phys., 1964, **26**, 442–517.

- [103] Брагинский В. Б., Панов В. Л. Проверка эквивалентности инертной и гравитационной масс // ЖЭТФ, 1972, **61**, 873–1272 [Sov. Phys. JETP, 1972, **34**, 463–466].
- [104] *Braginsky V.B., Panov V.I.* The equivalence of inertial and passive gravitational mass // *Gen. Relat. Gravit.*, 1972, **3**, 403–404.
- [105] *Eotvos L., Pekar D., Fekete E.* Beiträge zum gesetzte der proportionalitat von trägheit und gravität // *Annalen der Physik. Leipzig*, 1922, **68**, 11–66.
- [106] *Adelberger E.G.* New tests of Einstein’s equivalence principle and Newton’s inverse-square law // *Classical Quant. Grav.*, 2001, **18**. No. 13, 2397–2405.
- [107] *Adelberger E.G., Heckel B.R., Nelson A.E.* Tests of the Gravitational inverse-square law // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 2003, **53** 77–121; hep-ph/0307284.
- [108] *Турьшев В. Г.* Экспериментальные проверки общей теории относительности: недавние успехи и будущие направления исследований // УФН, 2009, **179**, № 1, 3–34.
- [109] *Voronin V.V., Kuznetsov I.A., Fedorov V.V.* Neutron diffraction constraint on spin-dependent short range interaction // Письма в ЖЭТФ, 2009, **90**, вып. 1, 7–9.
- [110] *Fedorov V.V., Kuznetsov I.A., Voronin V.V.* Neutron diffraction constraint on spin-dependent short-range interaction (I. Antoniadis, S. Baessler, M. Buchner, V.V. Fedorov, S. Hoedl, A. Lambrecht, V.V. Nesvizhevsky, G. Pignol, K.V. Protasov, S. Reynaud, Yu. Sobolev: in Short-range fundamental forces) // *C. R. Phys.*, 2011, **12**, 755–778.
- [111] *Федоров В. В., Воронин В. В.* Нейтронная оптика нецентросимметричных кристаллов. Новая возможность поиска ЭДМ нейтрона и CP-нарушающих сил // ЯФ, 2014, **77**, № 6, 734–743.
- [112] *Воронин В. В., Федоров В. В., Шапиро Д. Д.* Ограничение на новое короткодействующее взаимодействие спин-орбитального типа из данных нейтронной дифракции в нецентросимметричном кристалле // Письма в ЖЭТФ, 2020, **112**, вып. 10, 639–643.
- [113] *Werner S.A.* Gravitational and magnetic field effects on the dynamical diffraction of neutrons // *Phys. Rev.* 1980, B **21**, 1774–1789.
- [114] *Zeilinger A., Shull C.G., Horne M.A., Finkelstein K.D.* Effective mass of neutrons diffracting in crystals // *Phys. Rev. Lett.*, 1986, **57**, 3089–3092.
- [115] *Alefeld B., Badurek G., Rauch H.* Longitudinal Stern–Gerlach effect with slow neutrons // *Phys. Lett.* 1981, A **83**, 32–34.
- [116] *Воронин В. В., Семенихин С. Ю., Шапиро Д. Д., Брагинец Ю. П., Федоров В. В., Несвижевский В. В., Джентшел М., Иоффе А., Бердников Я. А.* Дифракционное усиление эффекта Штерна – Герлаха для нейтрона в кристалле // Письма в ЖЭТФ, 2019, **110**, вып. 9, 579–583.
- [117] *Voronin V.V., Semenikhin S.Yu., Shapiro D.D., Braginetz Yu.P., Fedorov V.V., Nesvizhevsky V.V., Jentschel M., Ioffe A., Berdnikov. Ya.A.* 7-order

- enhancement of the Stern–Gerlach effect of neutrons diffracting in a crystal // *Phys. Lett.*, 2020, В **809**, 135739.
- [118] *Weinfurter H., Badurek G., Rauch H., Schwahn D.* Inelastic action of a gradient radio-frequency neutron spin flipper // *Z. Phys.* 1988, В **72**, 195–202.
- [119] *Воронин В. В., Борисов Ю. В., Иванюта А. В., Кузнецов И. А., Семенухин С. Ю., Федоров В. В.* Наблюдение малых изменений энергии нейтрона в переменном магнитном поле // *Письма в ЖЭТФ*, 2012, **96**, вып. 10, 685–687.
- [120] *Брагинцев Ю. П., Бердников Я. А., Федоров В. В., Кузнецов И. А., Ласица М. В., Семенухин С. Ю., Вежлев Е. О., Воронин В. В.* Эффект ускорения холодных нейтронов в кристалле // *ЯФ*, 2017, **80**, № 1, 39–47.
- [121] *Gentile T.R., Huber M.G., Koetke D.D., Peshkin M., Arif M., Dombeck T., Hussey D.S., Jacobson D.L., Nord P., Pushin D.A., Smither R.* Direct observation of neutron spin rotation in Bragg scattering due to the spin-orbit interaction in silicon // *Phys. Rev.* 2019, С **100**, 034005.
- [122] *Воронин В. В., Федоров В. В., Семенухин С. Ю., Кузнецов И. А., Бердников Я. А.* Вращение спина нейтрона при дифракции по Лауэ в слабодеформированном прозрачном кристалле без центра симметрии // *ЖЭТФ*, 2019, **155**, № 3, 404–412.
- [123] *Грушко Ю. С., Лапин Е. Г., Сумбаев О. И., Тюнис А. В.* Право-левая асимметрия при дифракции на упруго изогнутом монокристалле, обусловленная анизотропией // *ЖЭТФ*, 1978, **74**, 2280–2286.
- [124] *Сумбаев О. И., Лапин Е. Г.* Дифракционная фокусировка изогнутым идеальным кристаллом // *ЖЭТФ*, 1980, **78**, 802–812.
- [125] *Сумбаев О. И.* Интерференционные эффекты от гравитации, градиента магнитного поля или вращения Земли при дифракции нейтронов на упруго изогнутом монокристалле. Препринт ЛИЯФ 676. Л., 1981, 13 с.
- [126] *Alexandrov Yu.* Experimental improvement of neutron electric charge estimation // *Proc. of ISINN-XIII. Dubna*, 2006, 166–169.
- [127] *Colella R., Overhauser A.W., Werner S.A.* Observation of gravitationally induced quantum interference // *Phys. Rev. Lett.* 1975, **34**, 1471–1474.
- [128] *Staudenmann J.-L., Werner S.A., Colella R., Overhauser A.W.* Gravity and inertia in quantum mechanics // *Phys. Rev.*, 1980, А **21**, 1419–1438.
- [129] *Франк А. И., Гелтенборт П., Жентшель М., Кулин Г. В., Кустов Д. В., Носов В. Г., Стрелетов А. Н.* Новый гравитационный эксперимент с ультрахолодными нейтронами // *Письма в ЖЭТФ*, 2007, **86**, 255–259.
- [130] *Fedorov V.V., Kuznetsov I.A., Lapin E.G., Semenikhin S.Yu., Voronin V.V.* Neutron Laue diffraction in a weakly deformed crystal at the Bragg angles close to  $\pi/2$  // *Письма в ЖЭТФ*, 2007, **85**, 90–93.
- [131] *Fedorov V.V., Kuznetsov I.A., Lapin E.G., Semenikhin S.Yu., Voronin V.V.* Diffraction enhancement and new way to measure neutron electric charge and the ratio of inertial to gravitational mass // *Nucl. Instr. Meth.*, 2008, А **593**, 505–509.

- [132] *Инденбом В. И., Слободецкий И. Ш., Труни К. Г.* Рентгеновский интерферометр с узким пучком // ЖЭТФ, 1974, **66**, 1110–1120; *Arthur J., Shull C.G., Zeilinger A.* Dynamical neutron diffraction in a thick-crystal interferometer // Phys. Rev., 1985, B **32**, 5753.
- [133] *Baumann J., Gahler R., Kalus J., Mampe W.* Experimental limit for the charge of the free neutron // Phys. Rev., 1988, D **37**, 3107–3112.
- [134] *Bressi G., Carugno G., Della Valle F., Galeazzi G., Ruoso G., Sartori G.* Testing the neutrality of matter by acoustic means in a spherical resonator // Phys. Rev., 2011, A **83**, 052101.
- [135] *Zyla P.A. et al.* (Particle Data Group) // Prog. Theor. Exp. Phys., 2020, 083C01 (and 2021 update).
- [136] *Schmiedmayer J.* The equivalence of the gravitational and inertial mass of the neutron // Nucl. Instr. Meth., 1989, A **284**, 59–62.
- [137] *Borrmann G.* Über Extinktionsdiagramme der röntgenstrahlen von quarz // Physik Z., 1941, **42**, 157–162.
- [138] *Borrmann G.* Die Absorption von röntgenstrahlen in fall der interferenz // Z. Phys., 1950, **127**, 297–323.
- [139] *Laue M.* Die absorption der röntgenstrahlen in kristallen im interferenzfall // Acta Crystallogr., 1949, **2**, 106–113.
- [140] *Вежлев Е. О., Воронин В. В., Кузнецов И. А., Семенихин С. Ю., Федоров В. В.* Прямое наблюдение эффекта Бормана при дифракции нейтронов по Лауэ в кристалле кремния. Препринт ПИЯФ 2884. Гатчина, 2011, 17 с.
- [141] *Вежлев Е. О., Воронин В. В., Кузнецов И. А., Семенихин С. Ю., Федоров В. В.* Эффект аномального поглощения нейтронов, дифрагирующих по Лауэ, при углах Брэгга, близких к  $\pi/2$  // Письма в ЖЭТФ, 2012, **96**, вып. 1, 3–7.
- [142] Физические величины: справочник / под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991, 1231 с.
- [143] *Воронин В. В., Брагинец Ю. П., Вежлев Е. О., Кузнецов И. А., Лалин Е. Г., Семенихин С. Ю., Федоров В. В.* Анализ дифракционного эксперимента по проверке слабого принципа эквивалентности для нейтрона. Препринт ПИЯФ 2849. Гатчина, 2010, 28 с.
- [144] *Gerlach W., Stern O.* Der experimentelle nachweis der richtungsquantelung im magnetfeld // Zeitschrift für Physik, 1922, **9**, 349–352.
- [145] *Fedorov V.V., Lapin E.G., Semenikhin S.Yu., Voronin V.V., Lelièvre-Berna E., Nesvizhevsky V., Petoukhov A., Soldner T., Tasset F.* First observation of the neutron spin rotation for Laue diffraction in a deformed non-centrosymmetric crystal // Int. J. Mod. Phys., 2008, A **23**, Iss. 9, 1435–1445.
- [146] *Блистанов А. А., Бондаренко В. С., Переломова Н. В. и др.* Акустические кристаллы / под ред. М. П. Шаскольской. М.: Наука, 1982, 632 с.

- [147] *Fedorov V.V., Kuznetsov I.A., Lapin E.G., Semenikhin S.Yu., Voronin V.V., Braginetz Yu.P., Amosov K.Yu.* Neutron volumetric test of interplanar distances of highly perfect crystals // *Nucl. Instr. Meth.*, 2008, A **593**, 472–474.
- [148] *Сумбаев О. И.* Кристалл-дифракционные гамма-спектрометры. М.: Госатомиздат, 1963, 111 с.
- [149] *Int. Tables for X-ray Crystallography.* Birmingham: Kynoch Press, 1965, 105 с.
- [150] *Полинг Л., Полинг П.* Химия. М.: Мир, 1978, 688 с.
- [151] *Koester L., Rauch H., Seymann E.* Neutron scattering lengths: A survey of experimental data and methods. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 1991, **49**, Iss. 1, 65–120.
- [152] *Zachariasen W.H., Plettinger H.A.* Extinction in quartz // *Acta Cryst.*, 1965, **18**, 710–714.
- [153] *Келли А., Гровс Г.* Кристаллография и дефекты в кристаллах. М.: Мир, 1974, 496 с.
- [154] *Гуревич И. И., Тарасов Л. В.* Физика нейтронов низких энергий. М.: Наука, 1965, 608 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	3
Часть 1. Особенности нейтронной оптики и дифракции нейтрона в нецентросимметричном кристалле .....	15
Часть 2. О возможности поиска ЭДМ нейтрона по смещению маятниковой фазы при дифракции в нецентросимметричном кристалле .....	46
Часть 3. Поляризационные эффекты при дифракции нейтрона в нецентросимметричном кристалле .....	90
Часть 4. Нейтронная оптика нецентросимметричного кристалла .....	110
Часть 5. Дифракция по Лауэ при углах Брэгга, близких к прямому. Возможность проверки слабого принципа эквивалентности для нейтрона .....	132
Часть 6. Исследование структурного совершенства монокристаллических материалов .....	182
Заключение .....	204
Приложение А .....	207
Литература .....	211